

SFC ディスカッションペーパー
SFC-DP 2016-006

伝統的・非伝統的金融政策のための金融モデルの構成

小坂弘行（総合政策学部名誉教授）

hkosaka@sfc.keio.ac.jp

2017 年 3 月

伝統的・非伝統的金融政策のための金融モデルの構成

小坂弘行
総合政策学部名誉教授
〒252-8520 藤沢市遠藤 5322

要約

1999年2月、無担保コール翌日物金利を史上最低の0.15%に誘導することを決定して以来、紆余曲折はあるが所謂ゼロ金利が続いている。こうした状況下においても、財政政策は開店休業中であって、金融政策への期待は大きく、金利操作以外の非伝統的金融政策の役割は高まっている。

本稿はそうしたことを踏まえ、2013年4月に日銀が導入した異次元緩和政策の効果をみる上で望まれる金融モデルの在り方を、Klein-Krelleの金融モデルに依拠して模索するものである。Klein-Krelleモデルに追加的に考慮したものは、したがって異次元緩和のコアをなす新たな金融政策手段としての中銀の貸出以外の信用供与の裁量政策である。ついでそれを2次損失型社会厚生関数の下での最適化行動として描き、また同時に預金通貨銀行の民間貸出と中銀借入をその利潤極大化行動から導いた。

1. イントロダクション

近年多くの国々でデフレ経済下で金融緩和政策がとられている。従来、金融政策は馬の手綱のようなものであり、引き締めには効果があるが、緩める方向には効果が限定的であると考えられてきた。しかし政策金利がゼロ近辺に低迷した後の金融政策のあり方として、金利ではなく、量的金融指標の操作が可能ではないかと模索されてきている¹。異次元緩和では、供給される金融の流れは、民間銀行の貸出を含めた信用供与の増加を通して、個人住宅や耐久消費財への増加、また企業では設備や不動産への投資が活発化する可能性を秘めている。本稿はそうした事柄の表現するための金融モデルを、Klein-Krelle の金融モデルに基づいて、構築することを目指す。(Klein-Krelle の金融モデルの Essence は、補論 1 を参照)

2. 先行研究

米国ケインジアンを中心とした経済学者が戦後築いてきた金融モデルの研究は膨大な量になる。本稿はサーベイ論文ではないので、最近のごく大まかな流れを言及するに留める。近年の金融モデル研究の主流は時系列モデルにある²。時系列モデルの特徴は、内生変数間の相互依存よりは、方程式の確率誤差を重視するところにある。したがって取り上げる内生変数の数は非常に限られ、一方その誤差を重要視する。削られた多くの内生変数は誤差に蓄積されることになる。残念ながらこの時系列モデルは非伝統的金融政策を十分に組み込むまでには至っていない。本稿は、誤差として扱われた内生変数を蘇えらせ、内生変数の相互依存を詳細に追うことをモデル分析の要諦とする。

また 2000 年以降、ミクロのファイナンスから進展して、マクロ・ファイナンス・モデルを構築する動きがある。未だ発展途上のものであるが、将来に期待がもてる³。

最近の日本のモデルで注目すべきものに、石川・鎌田・倉知・寺西・那須(2011)による日銀の金融マクロ合体モデルがある。しかし残念ながら民間銀行行動中心に焦点が当てられ、非伝統的金融政策を表現できるようにはなっていないようである。非伝統的政策をモデル化する上で重要であるのは、通貨当局の民間貸出、貸出以外の信用供与である。

¹ ゼロ金利政策が 1992 年 2 月～2000 年 8 月、量的緩和が 2001 年 3 月～2006 年 3 月、包括緩和が 2010 年 10 月～2013 年 4 月、量的・質的金融緩和（異次元緩和）が 2013 年 4 月からとなっている。

² 例えば、宮尾(2006)、本多・黒木・立花(2010)等を参照。

³ 例えば、A.Ang and M.Piazzesi(2003)、F.X.Diebold,G.D.Rudebusch and S.B.Aruoba(2006)、G.D.Rudebusch(2010)などを参照。

3. 金融モデル：骨格と実証

近年の非伝統的金融政策の実施は、中央銀行の対民間銀行への信用供与に政策の焦点を合わせている。金融集計量である中央銀行の信用供与は、単純なケインズの枠組、つまり通貨供給が長期金利を決めるという枠組では、中央銀行と預金通貨銀行の恒等的関係の中で相殺されてしまい、その把握が困難となる。そのため準備通貨の個別的恒等的関係はそのまま残す必要がある。そこで、金融モデルを作成するにあたり、大きな枠組は L.R.Klein and W.Krelle(1983)に沿い、準備通貨市場の記述については、より詳しい貞広(1992)にしたがい記述を進める。

3.1 勘定体系

マクロ経済学では貨幣市場の需給均衡から金利の決定を扱う。中央銀行と預金通貨銀行の貸借対照表に基礎をおくマネタリーサーベイを基本枠組とした金利決定と関連金融集計量の決定をみる⁴。

通貨当局のバランスシート

通貨当局の勘定が中心となり体系は、表 1 である。通貨当局は、中央銀行と外国為替資金特別会計の勘定体系（貸借対照表の増減）である。項目の初歩的な説明は以下となる⁵。政府向け信用は、中央銀行は政府の銀行であることからくる。中央銀行の民間貸出には、手形割引と手形貸付の 2 種がある。a)手形割引は、「民間金融機関が取引先より割り引いた手形を再割引するものであり、販売の目的で買い入れた商品の代金決済のために振り出された約束手形または為替手形であって、買い手を振出人または支払人とするもののうち、日本銀行が再割引適格と判定した手形についてのみ行われる」とされている。b)手形貸付は、「日本銀行が手形貸付担保適格として認めた手形・債券などを担保に金融機関が日本銀行に対して約束手形を振り出すことでおこなわれる」とされる。適格担保は国債、政府短期証券、地方債など。c)公定歩合は、割引の場合の再割引歩合、手形貸付の場合の基準貸付利子歩合を公定歩合という。通常公定歩合という時には商業手形の割引歩合を指す。d)不良債権処理における日銀特融はこれを通しておこなわれた。99 年 2 月末で特融のうち 4900 億円が山一証券向けである。預金保険機構貸出もこれに入る。預金保険機構向け貸付金は 99 年 2 月末で 6 兆 1854 億円となった。預金通貨銀行向け信用（貸出以外）とは、中銀の債券・手形の売買である。国債等の債券や手形の売買をする。買オペレーションで資

⁴ 本節は日本のデータソースを前提に議論を進めるが、他国の金融モデルを並立させ、比較可能にするためには、IMF-IFS での共通データでのモデル作成が望ましい。補論 2 で IMF-IFS の勘定体系を示す。

⁵ 日本銀行金融研究所(1995)を参照。

金を供給、売オペレーションで資金を吸収する。

表 1：通貨当局バランスシート

資産	負債
対外純資産	現金通貨発行高
政府向け信用	預金通貨銀行預り金
預金通貨銀行向け信用(含：中央銀行貸出)	政府預金等
その他純資産	

現金通貨発行高は、日銀にとり発行高は負債項目の借用証書であり、市中に回る。民間保有と市中金融機関保有が区別される。預金通貨銀行預り金は、市中金融機関の預金の一部が強制的に日銀預金として蓄積されたもの。割合を準備率という。政府預金等は、これを通して国庫金の出納事務をする。政府預金の受払で処理される。租税は日銀預金にはいり、支払は日銀を支払人とする政府小切手でなされる。

預金通貨銀行のバランスシート

また同様に全国銀行（都銀、長銀、信託銀、地銀など）、信用金庫、農林中金、商工中金を合わせた預金通貨銀行勘定は表 2 である。現金・日銀預け金は、市中銀行が保有する現金と日銀への預け金。11.3%を占め（94年3月末）、支払い準備資産となる。対外資産は、外国為替の売買からでて、輸出入代金の決済などから生ずる。政府向け信用は、国債の保有、有価証券の保有とになっている。地方公共団体向け信用は、地方債の引き受け、有価証券の保有となる。民間向け信用は、銀行の民間（個人や企業）への貸し出しで、63.4%を占める。手形割引、手形貸付、証書貸付、当座貸越に区分される。

表 2：預金通貨銀行のバランスシート

資産	負債
現金・日銀預け金	預金通貨
対外資産	準通貨+CD
政府向け信用	対外負債
地方公共団体向け信用	通貨当局からの信用
民間向け信用	金融債
	その他純負債

預金通貨は、当座性預金で Demand Deposit と言われる。準通貨+CD は、定期性預金 Time Deposit と譲渡性預金からなる。通貨当局からの信用は、日銀からの貸出など。旧金融債は、長期金融機関の発行した金融債をさす。

さて、通貨当局の勘定は、定義的關係を書き表せば、表 1 より

$$\begin{aligned} & \text{対外純資産} + \text{政府向け信用} + \text{預金通貨銀行向け信用(含：中央銀行貸出)} \\ & + \text{その他純資産} \end{aligned}$$

$$= \text{現金通貨発行高} + \text{預金通貨銀行預り金} + \text{政府預金等} \quad (3.1)$$

である。同じように、預金通貨銀行の勘定の定義的關係は、表 2 より

$$\begin{aligned} & \text{現金} \cdot \text{日銀預け金} + \text{対外資産} + \text{政府向け信用} \\ & + \text{地方公共団体向け信用} + \text{民間向け信用} \\ & = \text{預金通貨} + \text{準通貨(含 CD)} + \text{対外負債} + \text{通貨当局からの信用} \\ & + \text{金融債} + \text{その他純負債} \end{aligned} \quad (3.2)$$

である。ここで預金通貨銀行の項目の一部は使用するが、全体は取り上げないので、定義的關係はモデルで必要がない。

3.2 準備通貨の供給

L.R.Klein and W.Krelle(1983)では(補論 1 参照)、準備通貨の供給を、

$$RM = NFA + NDA \quad (3.3)$$

RM : 準備通貨の供給 NFA : 対外純資産 NDA : 国内純資産

としているが⁶、貞広(1992)では準備通貨の供給と需要とに分けてを詳しく記述している。そこで先の通貨当局勘定(3.1)から「政府預金等」を左辺に移動して、対外純資産 nfa + 対政府純信用 ngp +

$$\begin{aligned} & \text{預金通貨銀行向け信用 } cdb (\text{含: 中央銀行貸出 } br) + \text{その他純資産} \\ & = \text{現金通貨発行高} + \text{預金通貨銀行預り金} \end{aligned} \quad (3.4)$$

対政府純信用 $ngp = ng - gd$
 ng : 政府向け信用
 gd : 政府預金等

と変形できる。ところで政府向け信用 ng は、補論 4 の財政モデルの国債残高 KGB によって容易に説明される。

図 1 : 政府向け信用 (四半期データ 1985Q1-2000Q3)

Dependent Variable: NG
Method: Least Squares
Date: 02/12/15 Time: 23:35
Sample (adjusted): 1985Q1 2000Q3
Included observations: 63 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-110434.1	14253.58	-7.747815	0.0000
KGB	1.416749	0.057655	24.57303	0.0000
R-squared	0.908248	Mean dependent var		223960.2
Adjusted R-squared	0.906744	S.D. dependent var		110217.5
S.E. of regression	33658.12	Akaike info criterion		23.71713
Sum squared resid	6.91E+10	Schwarz criterion		23.78516
Log likelihood	-745.0895	Hannan-Quinn criter.		23.74389
F-statistic	603.8340	Durbin-Watson stat		1.585154
Prob(F-statistic)	0.000000			

⁶ L.R.Klein and W.Krelle(1983)では、対外純資産は国際収支の流れから説明しているが、国内純資産は簡略化している。後者は非伝統的金融政策をモデルに組み込む上で詳細にみる必要がある。

また政府預金等 gd は、税収が関連し、直接税 TND や間接税 TNI によって説明が可能である。

図 2 : 政府預金等 (四半期データ 1985Q1-2000Q3)

Dependent Variable: GD
Method: Least Squares
Date: 02/12/15 Time: 23:46
Sample (adjusted): 1985Q1 2000Q3
Included observations: 63 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-35476.36	15100.35	-2.349373	0.0221
TNI	5.091596	0.882213	5.771391	0.0000
R-squared	0.353190	Mean dependent var		50125.95
Adjusted R-squared	0.342586	S.D. dependent var		27735.05
S.E. of regression	22487.87	Akaike info criterion		22.91057
Sum squared resid	3.08E+10	Schwarz criterion		22.97861
Log likelihood	-719.6830	Hannan-Quinn criter.		22.93733
F-statistic	33.30895	Durbin-Watson stat		1.277254
Prob(F-statistic)	0.000000			

「預金通貨銀行向け信用 cdb 」を「預金通貨銀行向け貸出 L_C 」と「それ以外 CT_C 」に分けると、

$$\begin{aligned} & \text{対外純資産 } nfa + \text{対政府純信用 } ngp + (\text{中央銀行貸出 } L_C \\ & + \text{それ以外 } CT_C) + \text{その他純資産} \\ & = \text{現金通貨発行高} + \text{預金通貨銀行預り金} \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$\text{日銀信用 (対民間銀行)} \quad cdb = L_C + CT_C$$

$$L_C : \text{日銀貸出 (対民間銀行)} \quad CT_C : \text{貸出以外の信用供与}$$

となる。さらに、左辺の「その他純資産」を右辺に移行し、非借入準備と借入準備を定義して書き直す。

$$\begin{aligned} & \text{非借入準備} + \text{借入準備 } L_C \\ & = \text{現金通貨発行高} + \text{預金通貨銀行預り金} - \text{その他純資産} \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\text{非借入準備} = \text{対外純資産 } nfa + \text{対政府純信用 } ngp + CT_C$$

$$CT_C : \text{民間銀行に対する } L_C \text{ 以外の信用}$$

対外純資産 nfa は、資産と負債に分け、それぞれを細分して計量分析する⁷。そ

⁷ L.R.Klein&W.Krelle(1983)では、対外取引を經常収支尻と資本収支尻に分け、前者をマクロモデルと関連付け、後者を日米間の物価等と関連付け、国際収支

のことによってマクロモデルとの連結を図る。対政府純信用 ngp は、対政府純信用 $ngp = \text{政府向け信用 } ng - \text{政府預金等 } gd$ であり、上でみたように政府向け信用 ng は財政モデル⁸の国債発行残高 KGB と関連付けられ、政府預金等 gd は税収と関連付けられる。預金通貨銀行向け信用は、中銀貸出と他信用供与（証券買い上げ等）に分けて計量分析する。金融緩和はここに深く関与する。さらに非借入準備と借入準備の和を以て「準備通貨の供給」という。

$$\text{準備通貨の供給} \quad mrs = ubr + L_C \quad (3.7a)$$

ubr : 非借入準備 L_C : 借入準備

$$mrs = L_C + ubr = L_C + (nfa + ngp + CT_C) \quad (3.7b)$$

異次元緩和政策⁹

日銀が購入する債券の種類を、国債 $CT1_C$ 、上場投資信託 (ETF) (日経平均に連動するタイプ $CT21_C$ と TOPIX (東証株価指数) に連動するタイプ $CT22_C$ があるが一括して $CT2_C$) 不動産投資信託 $CT3_C$ とする¹⁰。中銀のこれら債券の民間からの買取りは通貨供給を一様に増加さすから債券金利を低下さすように働くだらう¹¹。しかし買取り債券の種類の違いは、効果の違いを意図したものであると推察される。ならば金融モデルの側もそのように作成しなければならない。さて政策手段の最適額は、つぎの G.C.Chow(1975)の 2 次損失の社会厚生関数の最適化から得られるとする¹²。複数の政策手段は、政策の割り当てがなされ、以下の 2 次損失型社会厚生関数の最適化を通して決定されるものと仮定する¹³。

から対外純資産 nfa にリンクしている。補論 1 参照。

⁸ 財政モデルの詳細は、補論 4 を参照。

⁹ 以下の展開は確定系の展開を示すが、確率的である場合、行動の指針を示す目標関数も確率的となり、期待値をとって評価する必要がある。

¹⁰ 後の 2 つは直接市場からの買い入れ。

¹¹ 中銀はこうした行為を通して最適な貨幣供給を模索していると言える。久保英也(1991)は、日銀の政策目標に、為替や資産価格を加えるべきと言う。

¹² 中銀貸出の新規創出分を政策手段と捉えて、2 番目の手段と考えてもよい。目標関数には、同様の 2 次損失が付加される。

¹³ 内生変数の推定に纏わる係数の誤差も 2 次損失の中で評価すべきという議論がある。Brainard の保守主義と言われる。A.Al-Nowaihi and L.Atracca(2002)などを参照。制御理論ではこうした考慮は当然のことと言える。その場合、上

a) 国債

国債の購入 $CT1_C$ は、目標とする国債金利の低下を目指しているとする。

$$f_1 = w_{11} (r_{GB} - r_{GB}^*) + (CT1_C - CT1_C^*) \quad (3.8a)$$

国債購入から国債金利への影響経路は、モデルが記述している。

b) 上場投資信託 ETF

日経 225 や東証株価指数を目標に据えている。日銀による上場投資信託の買入累積額と日経平均株価には趨勢的な相関がみられる。日銀買入が下支えをしている。その先には、株式の金融資産増加を通して消費増大や住宅投資増大に繋がるだろう。他の実物変数へのリンクはモデルから明らかとなる。以下、アステリスクは目標額を示す。

$$f_2 = w_{21} (cph - cph^*) + w_{22} (iph - iph^*) + w_{23} (NK225 - NK225^*) \quad (3.8b)$$

$$+ w_{24} (TOPIX - TOPIX^*) + (CT21_C - CT21_C^*) + (CT22_C - CT22_C^*)$$

cph : 家計民間消費支出 iph : 民間住宅投資

$NK225$: 日経 225 株価指数 $TOPIX$: TOPIX 株価指数

$CT21_C, CT22_C$: 日経型と TOPIX 型の信託購入額

c) 不動産投資信託 J-REIT

不動産投資信託の日銀買入累計額と東証 REIT 指数の間には、やはり趨勢的相関が見られる。不動産投信は東証 REIT 指数を通して、名目設備投資や名目住宅投資に影響することを意図している。政策手段と 2 つの政策目標との関係の記述には、マクロモデルに、不動産市場のブロックが付加されていることが必要となる¹⁴。

$$f_3 = w_{31} (ipf - ipf^*) + w_{32} (iph - iph^*) \quad (3.8c)$$

$$+ w_{33} (REIT_{topix} - REIT_{topix}^*) + (CT3_C - CT3_C^*)$$

ipf : 設備投資 iph : 住宅投資

$REIT_{topix}$: 東証 REIT 指数 $CT3_C$: 信託購入額

最適額は以下の最適化の 1 階条件を満たすように決められる。

で、 f_i の代わりに、 $E(f_i)$ の最適化となる。

¹⁴ 不動産付マクロモデルについては、例えば、国土交通省(2014)を参照。

$$\frac{\partial f_1}{\partial CT1_c} = 2w_{11}(r_{GB} - r_{GB}^*) + 2(CT1_c - CT1_c^*) = 0 \quad (3.9a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_2}{\partial CT21_c} &= 2w_{21}(cph - cph^*) \frac{\partial cph}{\partial CT21_c} + 2w_{22}(iph - iph^*) \frac{\partial iph}{\partial CT21_c} \\ &+ 2w_{23}(NK225 - NK225^*) \frac{\partial NK225}{\partial CT21_c} + 2(CT21_c - CT21_c^*) = 0 \end{aligned} \quad (3.9b)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_2}{\partial CT22_c} &= 2w_{21}(cph - cph^*) \frac{\partial cph}{\partial CT22_c} + 2w_{22}(iph - iph^*) \frac{\partial iph}{\partial CT22_c} \\ &+ 2w_{23}(TOPIX - TOPIX^*) \frac{\partial TOPIX}{\partial CT22_c} + 2(CT22_c - CT22_c^*) = 0 \end{aligned} \quad (3.9c)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_3}{\partial CT3_c} &= 2w_{31}(ipf - ipf^*) \frac{\partial ipf}{\partial CT3_c} + 2w_{32}(iph - iph^*) \frac{\partial iph}{\partial CT3_c} \\ &+ 2w_{33}(REIT_{TOPIX} - REIT_{TOPIX}^*) \frac{\partial REIT_{TOPIX}}{\partial CT3_c} + 2(CT3_c - CT3_c^*) = 0 \end{aligned} \quad (3.9d)$$

最適額、つまり最適政策反応関数はしたがって以下となる¹⁵。

$$CT1_c = CT1_c^* - w_{11}(r_{GB} - r_{GB}^*) \frac{\partial r_{GB}}{\partial CT1_c} \quad (3.10a)$$

$$\begin{aligned} CT21_c &= CT21_c^* - w_{21}(cph - cph^*) \frac{\partial cph}{\partial CT21_c} - w_{22}(iph - iph^*) \frac{\partial iph}{\partial CT21_c} \\ &- w_{23}(NK225 - NK225^*) \frac{\partial NK225}{\partial CT21_c} \end{aligned} \quad (3.10b)$$

$$\begin{aligned} CT22_c &= CT22_c^* - w_{21}(cph - cph^*) \frac{\partial cph}{\partial CT22_c} - w_{22}(iph - iph^*) \frac{\partial iph}{\partial CT22_c} \\ &- w_{23}(TOPIX - TOPIX^*) \frac{\partial TOPIX}{\partial CT22_c} \end{aligned} \quad (3.10c)$$

$$\begin{aligned} CT3_c &= CT3_c^* - w_{31}(ipf - ipf^*) \frac{\partial ipf}{\partial CT3_c} - w_{32}(iph - iph^*) \frac{\partial iph}{\partial CT3_c} \\ &- w_{33}(REIT_{TOPIX} - REIT_{TOPIX}^*) \frac{\partial REIT_{TOPIX}}{\partial CT3_c} \end{aligned} \quad (3.10d)$$

$$CT_c = CT1_c + CT21_c + CT22_c + CT3_c \quad (3.10e)$$

上の4式で偏微分の評価は憶測変動を使用してコンスタントな係数として扱ってもよいし、非線形の項として実際のモデルで計算してもよい。また購入目標

¹⁵ これらのモデルが回帰式として推定可能であるためには、当然のことながら債券購入額のデータが明示されなければならない。日銀購入実績報告から明らかで以下のサイトを参照。

http://www3.boj.or.jp/market/jp/menu_etf.htm

値は未知変数としてコンスタント項として推計される。

預金通貨銀行の最適な中銀借入

預金通貨銀行の短期的利潤極大化行動を考えるが、以下のように短期的利潤の拡張を定義する¹⁶。

$$\begin{aligned} \pi_{LC} = & -\frac{1}{2}w_{C1}(L_C - L_C^*)^2 - \frac{1}{2}w_{C2}(L_B - \alpha_C L_C)^2 \\ & + \frac{1}{r_S^*}(r_S L_C - r_D L_C) + \frac{1}{r_S^*}r_L L_B - \frac{1}{r_S^*}r_{DT}(DP_0 + \beta_C L_B) \end{aligned} \quad (3.11)$$

r_S^* : r_S の正常水準 r_D : 割引金利 r_{DT} : 預金金利 DP_0 : 本源的預金

L_B : 預金通貨銀行の民間貸出 $\beta_C L_B$: 派生預金

式(3.11)の下段が利潤を表し、上段は関連する変数の2次損失を表している。2次損失の中に、中銀借入と民間貸出の関係に比例関係を保持しようと言う目標が込められている。それにともない民間貸出の利潤もも考慮される。短期金利の正常水準 r_S^* で利潤部分が割られているのは、2次損失の貸出関連変数とバラン

スをとるためである。ここで $\partial L_B / \partial L_C = \lambda_C$ (憶測変動)として、預金通貨銀行の拡張

的短期利潤の最大化するように中央銀行からの借入 L_C を決めるとする。最適

化の1階条件は、 $\partial \pi_{LC} / \partial L_C = 0$ と仮定して以下となる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_{LC}}{\partial L_C} = & -w_{C1}(L_C - L_C^*) - w_{C2}(\lambda_C - \alpha_C)(L_B - \alpha_C L_C) \\ & + \frac{1}{r_S^*}(r_S - r_D) + \frac{\lambda_C}{r_S^*}r_L - \frac{\beta_C \lambda_C}{r_S^*}r_{DT} = 0 \end{aligned} \quad (3.12a)$$

以下、最適化条件を整理する。

$$w_{C1}L_C - w_{C2}\alpha_C(\lambda_C - \alpha_C)L_C = \quad (3.12b)$$

$$\begin{aligned} & w_{C1}L_C^* - w_{C2}(\lambda_C - \alpha_C)L_B + \frac{1}{r_S^*}(r_S - r_D) + \frac{\lambda_C}{r_S^*}r_L - \frac{\beta_C \lambda_C}{r_S^*}r_{DT} \\ & \{w_{C1} - w_{C2}\alpha_C(\lambda_C - \alpha_C)\}L_C = \end{aligned} \quad (3.12c)$$

¹⁶ L_B の2次損失のマイナスの中に、 CT_C をいれても構わない。また後の L_B の拡張利潤(3.15)で考慮されるので、 L_B の収入は考慮されなくても構わない。

$$w_{C1}L_C^* - w_{C2}(\lambda_C - \alpha_C)L_B + \frac{1}{r_S^*}(r_S - r_D) + \frac{\lambda_C}{r_S^*}r_L - \frac{\beta_C\lambda_C}{r_S^*}r_{DT}$$

さてここで、 $r_S^* = r_S$ とする。

$$\{w_{B1} - w_{B2}\alpha_C(\lambda_C - \alpha_C)\}L_C = w_{C1}L_C^* - w_{C2}(\lambda_C - \alpha_C)L_B + \frac{1}{r_S}(r_S - r_D) + \lambda_C \frac{r_L}{r_S} - \beta_C \lambda_C \frac{r_{DT}}{r_S} \quad (3.13)$$

上式を変形して日銀貸出の推計式を得る。

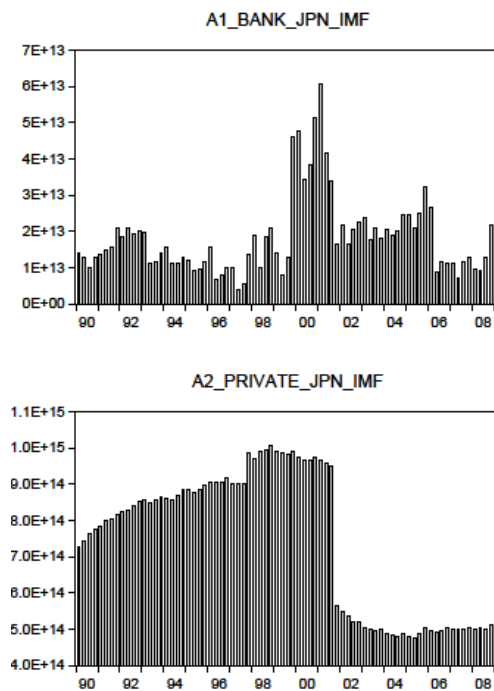
$$L_C = \frac{w_{C1}}{H_C} L_C^* - \frac{w_{C2}(\lambda_C - \alpha_C)}{H_C} L_B + \frac{1}{H_C} \frac{(r_S - r_D)}{r_S} + \frac{\lambda_C}{H_C} \frac{r_L}{r_S} - \frac{\beta_C \lambda_C}{H_C} \frac{r_{DT}}{r_S} \quad (3.14)$$

$$H_C = w_{C1} - w_{C2}\alpha_C(\lambda_C - \alpha_C)$$

第 1 項の符号はプラス、第 2 項の符号は係数 $(\lambda_C - \alpha_C)$ の符号に依存する。

下のグラフはそれぞれ日銀と預金通貨銀行の信用供与を表している。上のグラフにおける、日銀信用の内の 99 年末から 2001 年央にかけての盛り上がりは、不良債権処理のための日銀特融の結果である。下の下のグラフにおける、預金通貨銀行の 2001 年央以降の急激な下落は貸し渋りに由来する。不良債権処理に起因する自己資本比率の回復措置を示している。

図 3：日銀と預金通貨銀行の信用供与



式(3.14)の推計は下図に示してある。預金通貨銀行の対民間貸出と 2 つの金利比との関連は強固であるが、マイナスの金利比は採用されていない。2 つの季節ダ

ミーと 2004 年 Q2 のダミーが追加的に採用されている。不足している変数がある可能性があり、更なる検討の可能性を残す。

図 4：日銀貸出推計（四半期データ 2001Q4-2013Q2）

Dependent Variable: LC_JPN_CEIC				
Method: Least Squares				
Date: 06/07/15 Time: 07:39				
Sample (adjusted): 2001Q4 2013Q2				
Included observations: 47 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-26.44457	10.37974	-2.547710	0.0148
LB JPN CEIC	0.068444	0.020998	3.259570	0.0023
(RS_JPN_CEIC-RD_JPN_CEIC)/RS_JPN_	0.310387	0.125173	2.479665	0.0175
RL JPN CEIC/RS JPN CEIC	0.032920	0.009464	3.478583	0.0012
@SEAS(2)	-2.595478	0.845475	-3.069846	0.0038
@SEAS(4)	-2.582510	0.817189	-3.160235	0.0030
DUM04Q2	-9.844156	2.570652	-3.829439	0.0004
R-squared	0.732789	Mean dependent var	6.958226	
Adjusted R-squared	0.692707	S.D. dependent var	4.131462	
S.E. of regression	2.290238	Akaike info criterion	4.631791	
Sum squared resid	209.8073	Schwarz criterion	4.907345	
Log likelihood	-101.8471	F-statistic	18.28236	
Durbin-Watson stat	1.074489	Prob(F-statistic)	0.000000	

3.3 信用創造：預金通貨の創造

本節では、上の準備通貨の供給が如何にマネーサプライに繋がるかを問う。補論 3 は仮説例であるが、よく信用創造の本質を記述している。その信用創造の説明にしたがえば、本源的預金は銀行の貸出を通して派生預金を生み出す。

預金通貨銀行の最適な民間貸出

預金通貨銀行の行動には様々な規制が課せられている。不良債権リスクに対する配慮、現金・日銀預金への規制等々がある。そうしたことを考慮して、預金通貨銀行の民間貸出 L_B を決めるべく、以下の長期の利潤を最大化と仮定する。

$$\begin{aligned} \pi_{LB} = & -\frac{1}{2} w_{B1} (L_B - \alpha_B IF)^2 - \frac{1}{2} w_{B2} (L_B - \gamma_B (L_C + CT_C))^2 - \frac{1}{2} w_{B3} (L_B - \phi_B AT_B)^2 \\ & + \frac{1}{r_L^*} r_L L_B - \frac{1}{r_L^*} r_{DT} (DP_0 + \beta_B L_B) \end{aligned} \quad (3.15)$$

IF ：名目民間設備投資 AT_B ：民間銀行総資産 r_L ：貸出金利

長期の貸出の利潤を考慮するが、長期貸出は民間投資 IF の一定割合のファイナンスを担おうとし、また日銀からの信用供与の一定割合を民間への貸出に回そうと配慮している。また自己資本比率 8% を考慮することから総資産 AT_B から要請を考慮している。ここで $\partial r_L^* / \partial L_B = 0$ と仮定して最適条件は以下となる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_{LB}}{\partial L_B} = & -w_{B1} (L_B - \alpha_B IF) \left(1 - \alpha_B \frac{\partial IF}{\partial L_B} \right) - w_{B2} (L_B - \gamma_B (L_C + CT_C)) \\ & - w_{B3} (L_B - \phi_B AT_B) + \frac{r_L}{r_L^*} - \beta_B \frac{r_{DT}}{r_L^*} = 0 \end{aligned} \quad (3.16)$$

さてここで、 $r_L^* = r_L$ と $\partial IF / \partial L_B = \lambda_B$ (憶測変動) と仮定する。展開を詳細に記すと以下。

$$w_{B1}(L_B - \alpha_B IF)(1 - \alpha_B \lambda_B) + w_{B2}(L_B - \gamma_B(L_C + CT_C)) + w_{B3}(L_B - \phi_B AT_B) = \frac{r_L}{r_L} - \beta_B \frac{r_{DT}}{r_L} \quad (3.17a)$$

整理して

$$((1 - \alpha_B \lambda_B)w_{B1} + w_{B2} + w_{B3})L_B = w_{B1}\alpha_B(1 - \alpha_B \lambda_B)IF + w_{B2}\gamma_B(L_C + CT_C) + w_{B3}\phi_B AT_B + 1 - \beta_B \frac{r_{DT}}{r_L} \quad (3.17b)$$

となる。そして最後に推定のための回帰式を得る。

$$L_B = \frac{w_{B1}\alpha_B(1 - \alpha_B \lambda_B)}{H_B} IF + \frac{w_{B2}\gamma_B}{H_B}(L_C + CT_C) + \frac{w_{B3}\phi_B}{H_B} AT_B + \frac{1}{H_B} - \frac{\beta_B}{H_B} \frac{r_{DT}}{r_L} \quad (3.18)$$

$$H_B = (1 - \alpha_B \lambda_B)w_{B1} + w_{B2} + w_{B3}$$

右辺の第 2 項が重要で、非伝統的金融政策は、 $(L_C + CT_C)$ を通して預金通貨銀行の民間貸出に影響を与える。第 3 項は BIS 規制による自己資本比率の考慮から来る。第 1 項は需要要因 IF を表す。需要要因は、細分して民間設備投資、民間住宅投資、不動産投資などの区別は可能。製造業やサービス業などの産業別の配分、地域別の配分、大企業や中小企業などへの配分を明らかにする必要がある。産業別の配分は他部門モデルへのリンクが必要となる。

図 5：民間貸出の推計結果（四半期データ 2002Q1-2014Q3）

Dependent Variable: LB_JPN_CEIC				
Method: Least Squares				
Date: 06/06/15 Time: 22:57				
Sample (adjusted): 2002Q1 2014Q3				
Included observations: 51 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	318.9753	23.80413	13.51354	0.0000
IFPSA_JPN_CEIC	0.001844	0.000218	8.44982	0.0000
D(LCCT_JPN_CEIC)	0.429135	0.341836	1.255382	0.2155
RDT_JPN_CEIC/RL_JPN_CEIC	-134.6825	18.77658	-7.172897	0.0000
R-squared	0.718398	Mean dependent var	499.7727	
Adjusted R-squared	0.700421	S.D. dependent var	20.93578	
S.E. of regression	11.45896	Akaike info criterion	7.790605	
Sum squared resid	6171.461	Schwarz criterion	7.942121	
Log likelihood	-194.6804	F-statistic	39.96892	
Durbin-Watson stat	0.219938	Prob(F-statistic)	0.000000	

マクロ経済の設備投資との関連は明白だが、日銀の対通貨預金銀行との関連は増加額で捉えているが、符号条件は満たされているものの、統計的有意性は満たされない。金利比は有効となっている。この方程式から異次元緩和と実物の投資との関連は明白に捉えられている。

L.R.Klein and W.Krelle(1983)においては、準備通貨の供給から直接的に、信用乗数（あるいは貨幣乗数）を経てマネーサプライを導いている。すなわち

$$M^S = mRM \quad (3.19)$$

M^S : マネーサプライ RM : 準備通貨の供給

となっている。本稿では、上で民間銀行の貸出がモデル化されることになるので、マネーサプライを準備通貨の供給 mrs と民間貸出 L_B で説明している。

図 6 : マネーサプライの決定 (四半期データ 1990Q1-2000Q3)

Dependent Variable: M2CD JPN
Method: Least Squares
Date: 05/16/15 Time: 20:28
Sample (adjusted): 1990Q1 2000Q3
Included observations: 43 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1611231.	304716.0	5.287649	0.0000
MRS JPN	1.623447	0.260484	6.232427	0.0000
A2 PRIVATE JPN IM...	3.58E-09	4.48E-10	7.997354	0.0000
R-squared	0.939128	Mean dependent var		5535982.
Adjusted R-squared	0.936084	S.D. dependent var		476183.0
S.E. of regression	120386.6	Akaike info criterion		26.30202
Sum squared resid	5.80E+11	Schwarz criterion		26.42489
Log likelihood	-562.4934	Hannan-Quinn criter.		26.34733
F-statistic	308.5573	Durbin-Watson stat		0.932328
Prob(F-statistic)	0.000000			

3.4 金利決定

政策金利

短期金利の中の政策金利はコール市場のコールレートである¹⁷。しかしコールレートは近年ゼロ近くに張り付き、政策金利の役割を果たしていない¹⁸。ちなみに中銀貸出の割引金利はこれに追随している。したがって参考までに以下の結果が成立。

¹⁷ 米国も同様にフェデラルファンドレートが政策金利である。一方、欧州 ECB の政策金利は ECB の割引金利となっている。かつて日本の公定歩合は政策金利であった。他では中国は貸出金利、英国レポ金利等となっている。

¹⁸ B.S.Bernanke and V.R.Reinhart(2004) や B.S.Bernanke,V.R.Reinhart and B.P.Sack(2004)ではゼロ政策金利近辺での金融政策のあり方を論じている。また政策金利のマイナス値を容認したシャドー金利を議論するものがある。例えば、J.H.E.Christensen and G.D.Rudebusch(2013)。

図 7 : 公定歩合の推計結果 (四半期データ 1990Q1-2014Q4)

Dependent Variable: RD JPN IMF
 Method: Least Squares
 Date: 03/04/15 Time: 14:01
 Sample (adjusted): 1990Q1 2014Q4
 Included observations: 100 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.210083	0.017129	12.26512	0.0000
RMM JPN IMF	0.715824	0.006957	102.8900	0.0000
R-squared	0.990828	Mean dependent var		1.045500
Adjusted R-squared	0.990734	S.D. dependent var		1.566781
S.E. of regression	0.150818	Akaike info criterion		-0.925694
Sum squared resid	2.229102	Schwarz criterion		-0.873591
Log likelihood	48.28472	Hannan-Quinn criter.		-0.904607
F-statistic	10586.35	Durbin-Watson stat		1.135295
Prob(F-statistic)	0.000000			

図 8 : 公定歩合の推計結果 (四半期データ 1985Q3-2000Q3)

Dependent Variable: RD
 Method: Least Squares
 Date: 02/12/15 Time: 23:15
 Sample (adjusted): 1985Q3 2000Q3
 Included observations: 61 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.199490	0.056222	3.548279	0.0008
RMM	0.685667	0.013740	49.90309	0.0000
R-squared	0.976857	Mean dependent var		2.381148
Adjusted R-squared	0.976464	S.D. dependent var		1.799657
S.E. of regression	0.276092	Akaike info criterion		0.296069
Sum squared resid	4.497368	Schwarz criterion		0.365278
Log likelihood	-7.030112	Hannan-Quinn criter.		0.323193
F-statistic	2490.319	Durbin-Watson stat		1.058377
Prob(F-statistic)	0.000000			

短期金利

短期金融市場の政府短期証券等の短期金利は、F.Modigliani,R.Rasche and J.P.Cooper(1970)や貞広(1992)にあっては、準備通貨の需要と供給を一致させるように決まるとされるが、L.R.Klein and W.Krelle(1983)にあっては、供給のみが取り上げられるから、短期金利の決定は無視される。しかしここで短期金利は中央銀行の貸出で使用されるので、政策金利で内生化しておこう。

図 9 : 短期金利の推計結果 (四半期データ 1979Q2-2013Q2)

Dependent Variable: RS JPN CEIC
 Method: Least Squares
 Date: 05/19/15 Time: 10:06
 Sample (adjusted): 1979Q2 2013Q2
 Included observations: 137 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.149693	0.029266	5.114837	0.0000
RMM JPN CEIC	1.006625	0.007016	143.4852	0.0000
R-squared	0.993485	Mean dependent var		2.911192
Adjusted R-squared	0.993437	S.D. dependent var		3.185591
S.E. of regression	0.258067	Akaike info criterion		0.143299
Sum squared resid	8.990838	Schwarz criterion		0.185927
Log likelihood	-7.816003	Hannan-Quinn criter.		0.160622
F-statistic	20587.99	Durbin-Watson stat		0.572863
Prob(F-statistic)	0.000000			

図 10 : 短期金利の推計結果 (四半期データ 1985Q3-2000Q3)

Dependent Variable: RS JPN
 Method: Least Squares
 Date: 05/19/15 Time: 00:25
 Sample (adjusted): 1985Q3 2000Q3
 Included observations: 61 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.157995	0.057714	2.737552	0.0082
RMM JPN	0.992143	0.014105	70.34132	0.0000
R-squared	0.988216	Mean dependent var		3.314798
Adjusted R-squared	0.988017	S.D. dependent var		2.589047
S.E. of regression	0.283420	Akaike info criterion		0.348466
Sum squared resid	4.739298	Schwarz criterion		0.417675
Log likelihood	-8.628215	Hannan-Quinn criter.		0.375590
F-statistic	4947.901	Durbin-Watson stat		0.476906
Prob(F-statistic)	0.000000			

推計結果を一瞥すれば分かる通り、2つの金利はほぼ密接に連動しているとみてよいだろう。

マイナス金利の効果

民間銀行の日銀預金金利のマイナスは、2つの影響チャンネルがある。一つは短期金融市場から長期市場への影響の金利チャンネルとなる。

$$r_s = f(r_m, r_{DC}) \quad r_{DC} : \text{日銀預金金利} \quad (3.20)$$

短期金利から長期金利への影響は、長短両市場の金利裁定を通して影響を与えていて、以下の展開を参照。他のチャンネルは、民間銀行の資産選択への影響であるが、これについては複雑化するので当面定式化は差し控える。

貨幣需要関数と債券金利 ¹⁹

¹⁹ 本稿は実質貨幣需要関数の流れの中で長期金利を明らかにするが、時系列派では、アフィン期間構造モデルを使って、長期金利を短期金利関連とタームプレミアム成分に分解し、その後でマクロ経済変数に関連付ける分析をする考えがある。例えば、菊池(2010)参照。本稿の観点から言えば、タームプレミアムの中に、短期金利以外のマクロ要因が一括して込められているので、関連がでるのは当然と言えよう。

貨幣と債券のみの資産選択では、貨幣市場の均衡を $M^S = M^D$ とおくと貨幣市場の均衡は以下となるのは周知。

$$M^S/p = \beta_0 - \beta_1 r_{GB} + \beta_2 X \quad (3.21a)$$

一般的には、最適実質貨幣需要関数は、補論 5 で述べたポートフォリオ選択の結果を生かして定立される²⁰。(A5.54)から引用すれば以下となる。

$$\begin{aligned} M^S/p = m^D &= (\alpha_0 + \alpha_1 X) + \beta_0 (1 - \gamma_1 r_1 - \gamma_2 r_2 - \dots - \gamma_n r_n) \\ &= \alpha_0 + \alpha_1 X + \beta_0 - \beta_1 r_1 - \beta_2 r_2 - \dots - \beta_n r_n \end{aligned} \quad (3.21b)$$

均衡式(3.21a)を債券金利 r_{GB} について解き、金利決定式とする²¹。

$$r_{GB} = \beta_0 - \beta_1 (M^S/p) + \beta_2 X \quad (3.22a)$$

また各国の債券金利は下図で見られる如く米国債券金利との間で国際金利裁定がみられる²²。因みに短期金利については、短期金利間の国際裁定関係はみられない。

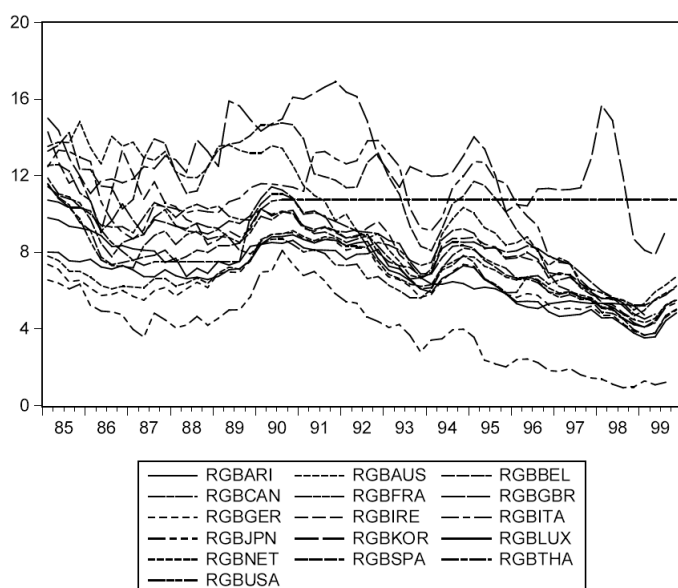
²⁰ ポートフォリオ選択の結果を実質 1 単位の資金を対象にしたものと解釈している。

²¹ こうした線形関係では、流動性の罫を表現しえない。代替的な表現は以下。

$$r_{GB} = c_0 + c_1 \sqrt{p/M^S} + c_2 \sqrt{X}$$

²² その結果として為替レートの決定を説明するのが金利平衡説 interest rate parity として知られている。

図 11 : 各国の国債金利



上の金利決定式(3.22a)を、上に述べた米国内債金利との国際金利裁定と、短期金融市場との裁定、また国内株式との代替性を鑑み、米国金利 r_{GB}^{US} と短期金利 r_s 、株価収益率 per で修正する²³。

$$r_{GB} = \beta_0 - \beta_1(M^S/p) + \beta_2 X + \beta_3 r_s + \beta_4 r_{GB}^{US} - \beta_5 per \quad (3.22b)$$

債券市場の政府短期証券や CD 市場等の短期金融市場との裁定取引は、短期市場がさらにコール市場とも連動することから、債券市場はコール市場とも間接的に関連性を持つことになれば、短期金利を代わりにコールレートを採用して構わない。

$$r_{GB} = \beta_0 - \beta_1(M^S/p) + \beta_2 X + \beta_3 r_m + \beta_4 r_{GB}^{US} - \beta_5 per \quad (3.22c)$$

²³ この貨幣需要の定式化は、ケインズ流の貨幣と債券の資産選択を逸脱し、他の金融資産にまで拡張していて、M.Friedman(1956)に近い。ポートフォリオ選択論と最適貨幣需要関数との関連は、補論 5 を参照。最適な貨幣需要の観点からは、主体を家計、企業、金融機関と経済主体別に分けて考察し、区分された詳細な貨幣需要から議論する方がより緻密な政策が実行可能となるだろう。例えば、小野(1992)は家計の消費・貨幣・債券の選択を論じた。また菅・福田・杉原(2013)は銀行ポートフォリオについて論じた。厄介であるのは企業の貨幣需要で、信用創造(補論 3 参照)でも述べたように企業の借入にともなう派生預金が深く関与している。推計面で日本では貨幣と債券の関係は安定していて(外国の保有が少ない)、貨幣需要関数は安定にしている。

式(3.22b)や式(3.22c)は、式(3.22a)を拡張している。すなわち(3.21b)の観点から言えば、貨幣需要は単に長期債券との代替のみならず、政策金利であるコールレート、株式や米国国債との代替性も考慮し、貨幣が他の金融資産との最適なポートフォリオ選択の結果としても捉えられる。ここに株式市場もポートフォリオに含まれるが、株式市場は他に比較して海外からの売買が多く、株価収益率 per はやや他の資産の収益率に比較して係数の統計的有意性が低いと言える。同様に国債金利も外国投資家が多い米国では、国内保有が多い日本等と比較して、債券金利 r_{GB}^{US} の説明度も低いと言える。

実際の推計において、右辺の説明変数の実質 GDP や実質貨幣供給の変数について若干の注意を述べておきたい。右辺の実質 GDP の説明変数の統計的有意性が低いか、マイナスの符号条件をみたさない時、実質 GDP の変数は説明変数から取り除かれる。その経済的解釈は貨幣需要の中に取引需要が検出できないことを意味している。取引動機の貨幣需要が消滅したというより、投機的部分の額が大きくなり、相対的に取引需要の部分が少なくなって統計的に検出できないとみるべきかも知れない。これは屢々観察される。また実質貨幣供給が同様の理由で取り外される時、その経済的解釈は、ポートフォリオに貨幣は含まれないことを意味している。貨幣を除いた金融資産の間でポートフォリオが選択されているのである。例えば、特定の残存期間をもつ債券金利と米国の債券金利が説明変数に残された時、2つの金融資産の間でポートフォリオが組まれていると解釈される。

さて以下で幾つかの外生変数の変化の効果を検討しよう。

a) 貨幣供給の増加

異次元緩和で左辺の貨幣供給が増加したとして、右辺の取引需要に変化がなければ、投機的需要が増加しなければ均衡しない。債券の投機的需要と代替する部分は、債券金利が低下し、投機的貨幣需要が増加して均衡する。また当の債券市場では、債券金利が低下することは債券価格が上昇していることを意味する。

b) 米国国債金利との代替性

米国国債金利が米国国内事情で上がった場合、日本国債を売って米国国債を購入する動きが見られるだろう。(3.22b)で米国金利が上がった時、一時的に均衡が崩れる。日本国債を売り米国国債を買う行為は、何某かの貨幣供給に変化がおこるかも知れない。日本国債を売る行為が国内債券価格を低下せしめ、国債金利が上がることで、式(3.22b)の一時的不均衡が解消される。

c) 短期金利との代替性

何らかの理由で国内政策金利のコールレートが上がると、それとほぼ連動する短期金利が上がる。やはり式(3.22b)で一時的な均衡が崩れる。国債を売り、短期債を買うという裁定が働くと、国債価格が下がり（債券金利は上がり）、短期債の価格が上がり（短期債金利が下がり）、新たな均衡に収束する。

d) 上場投資信託の購入

日銀が上場投資信託を購入し、貨幣供給を増やすとする。上場投資信託の日銀買い上げは、株価の下支えのメッセージとなり、株式と代替する貨幣需要の部分は低下する。

国債金利の推定

現実のデータを使って推計された金利決定式は以下である²⁴。株価 *topix* は上昇率が採用されていて、符号条件は満足されるが、統計的有意性は低い。

図 12：国債金利の推定（四半期データ 1985Q4-2000Q2）

Dependent Variable: RGB_JPN_CEIC				
Method: Least Squares				
Date: 06/05/15 Time: 19:22				
Sample (adjusted): 1985Q4 2000Q2				
Included observations: 59 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-2.408975	1.451594	-1.659538	0.1029
M2CD_JPN/PGDP90_JPN	-0.000104	2.44E-05	-4.257181	0.0001
GDP90_JPN	1.83E-05	4.39E-06	4.171719	0.0001
RS JPN CEIC	0.477892	0.035425	13.48470	0.0000
RGB_USA	0.308817	0.095365	3.236165	0.0021
@PCH(TOPIX JPN)	-0.443211	0.497428	-0.891005	0.3770
R-squared	0.940332	Mean dependent var	4.406989	
Adjusted R-squared	0.934703	S.D. dependent var	1.583955	
S.E. of regression	0.404753	Akaike info criterion	1.125065	
Sum squared resid	8.682727	Schwarz criterion	1.336340	
Log likelihood	-27.18942	F-statistic	167.0492	
Durbin-Watson stat	1.004677	Prob(F-statistic)	0.000000	

参考までに米国の推定結果は以下となる。ケインズの要因は希薄で、短期市場や株式市場との関連性が強い。

²⁴ 推計式を $r_{GB} = c_0 - c_1(MS/pX) + c_2r_s - c_3topix + c_4r^{US}$ としてもよい。

図 13 : 米国国債金利の推定 (四半期データ 1991Q1-2014Q4)

Dependent Variable: RGB_USA_IMF				
Method: Least Squares				
Date: 08/05/15 Time: 21:38				
Sample (adjusted): 1991Q1 2014Q4				
Included observations: 96 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	3.595459	0.788460	4.580103	0.0000
M2 USA IMF/(PGDP10SA USA IMF*GD	-179.0007	135.6992	-1.319100	0.1904
RS_USA_IMF	0.794315	0.038192	21.94708	0.0000
DJ USA CEIC	-0.000128	1.44E-05	-8.923755	0.0000
R-squared	0.960977	Mean dependent var	3.769125	
Adjusted R-squared	0.959704	S.D. dependent var	2.149652	
S.E. of regression	0.431516	Akaike info criterion	1.197749	
Sum squared resid	17.13095	Schwarz criterion	1.304597	
Log likelihood	-53.49195	F-statistic	755.1928	
Durbin-Watson stat	0.714067	Prob(F-statistic)	0.000000	

さて日本の別に推計された式を書き下せば以下となる²⁵。

$$r_{GB} = (4.9337675513/1000000)X - 2.23493735242 - 0.110266334435(M2CD/p) + 0.444929741108r^{US} + 0.890634437553r_m \quad (3.23)$$

したがって α_2 はつぎのように計算される。

$$\alpha_2 = 9.0689511456416629544052549605369 \quad (3.24)$$

全連立体系でなく、上の式のみを使って次の諸課題についての検証しよう。

a) 貨幣供給の効果

異次元緩和で民間金融機関が保有する国債を日銀が購入すると、貨幣供給が増加するので、上の $M2CD$ が増加して実質貨幣供給が上昇、他が一定なら金利 r_{GB}

は上昇する。表 3 は金利低下の程度を計算している。

表 3 : 貨幣供給の増加による金利低下効果

年度	金利の低下
2010 年 Q1	0.8785830269238128%
2010 年 Q2	0.9021629539655754%
2010 年 Q3	0.9063714413693947%
2010 年 Q4	0.911070783998559%

b) 国債の売却による金利上昇

今の日米欧にとり愁眉なるケースを扱う。国債が大量に出回り、暴落を懸念して保有者が売る場合、国債価格が低下して金利が上昇する。国債を保有している金融機関が仮に 20 兆円の国債を売却すると (国債価格は下落し、金利は上昇)、その分の貨幣の投機的需要部分が増加する。式 (3. 22b) で貨幣の投機的需要 $\alpha_{r,0}$ が増加する。貨幣供給量は不変とすると、金利が上昇して貨幣市場の均衡

²⁵ 推計は表示の推計と若干データが異なるので、係数値は異なっている。

を保つ。式(3.22b)で実質的な投機的貨幣需要の増分を金利の上昇で相殺する必要性から、 $\Delta\alpha_{r_0} = 20/p = \alpha_{r_1}r_{GB}$ を成立させることで金利上昇が計算できる。表4がそれを示す。

表4：国債売却による金利上昇効果

年度	金利上昇
2010年Q1	1.887929209172538%
2010年Q2	1.909453867910657
2010年Q3	1.914169265406235
2010年Q4	1.921611871222634

また長期金利の他の代表である預金通貨銀行の貸出金利 r_L は国債金利 r_{GB} に追随している。

図14：貸出金利の推計結果（四半期データ 1990Q1-2014Q3）

Dependent Variable: RL JPN IMF
Method: Least Squares
Date: 03/04/15 Time: 14:10
Sample (adjusted): 1990Q1 2014Q3
Included observations: 99 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.599597	0.072151	8.310276	0.0000
RGB JPN IMF	0.978905	0.025766	37.99215	0.0000
R-squared	0.937029	Mean dependent var		2.741737
Adjusted R-squared	0.936380	S.D. dependent var		1.775884
S.E. of regression	0.447930	Akaike info criterion		1.251637
Sum squared resid	19.46224	Schwarz criterion		1.304064
Log likelihood	-59.95604	Hannan-Quinn criter.		1.272849
F-statistic	1443.403	Durbin-Watson stat		0.502821
Prob(F-statistic)	0.000000			

図15：貸出金利の推計結果（四半期データ 1985Q1-2000Q1）

Dependent Variable: RL
Method: Least Squares
Date: 02/12/15 Time: 23:22
Sample (adjusted): 1985Q1 2000Q1
Included observations: 61 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.125155	0.159895	7.036836	0.0000
RGB	0.890889	0.036280	24.55567	0.0000
R-squared	0.910874	Mean dependent var		4.678197
Adjusted R-squared	0.909363	S.D. dependent var		1.765288
S.E. of regression	0.531457	Akaike info criterion		1.605850
Sum squared resid	16.66437	Schwarz criterion		1.675059
Log likelihood	-46.97842	Hannan-Quinn criter.		1.632973
F-statistic	602.9811	Durbin-Watson stat		0.722201
Prob(F-statistic)	0.000000			

以上述べた枠組はケインズ的で、それを引き継いだ Klein-Krelle の金融モデルの流れである。その特徴は長期金利が貨幣市場の均衡で決まり、異次元緩和政策もその上で展開可能である。すなわち緩和政策は金利に影響を与え、量的政

策もモデルの上に効果を与える仕組みになっている。また国債売却による金利上昇効果も算定が可能である。

これらを裏付けるように、黒田日銀総裁(2014)は、異次元緩和政策の効果をつぎのように述べている。曰く、「量的・質的金融政策」では、イールドカーブ全体に低下圧力を加えるために、様々な残存年限の国債を買い入れています。こうした政策によって一層の金利低下を促し、より民間需要を刺激することが可能になると考えています、と。

3.5 金融集計量

最後に金融集計量の幾つかを明らかにする。

マーシャルの k と貨幣の流通速度

またマーシャルの k は、生産単位当りの貨幣量であるから

$$mk = MS/pX \quad (3.25)$$

と定義される。1983年以降には、先進国からの資金移動が発展途上国にゆかず先進国にシフトして、一方で累積債務問題が起こると同時に、他方で還流した資金は先進国で災いを招く。周知のように資金は土地や株価に集中した。マーシャルの k はバブル期には上昇している。

つぎに貨幣の流通速度を定義する。上の議論の流れから言えば、流通速度は内生変数であるから、一定とは限らず変動する。

$$v = pX/MS \quad (3.26)$$

特に近年注目を集めているのは、経済の長期停滞論 (secular stagnation) からの眼差しである²⁶。近年の経済の低迷は、貨幣が健全に循環していないことが原因であると思われる (データから計算された流通速度からも感得される)。貨幣は豊富に供給されるが、それが何処かで滞留していることに問題がある。1つの原因が経済格差にあり、貧困層は使いたくても金がない、富裕層は余るほどの金があっても使い道がないことに象徴的に表れている。しかし非正規社員が固着している現状からは改善は難しい。国際競争に晒されている部門では、国際経済学の要素価格均等化定理が機能し平均賃金率が低下する、国内市場でも国際競争はある。長期低迷のより説得的な要因は、生産年齢人口 (その全人口に占める比率) が急激に低下していることに求められる (特に90年代初頭から)。これは供給側よりも需要側の効果が大きい。いずれも貨幣の流通速度の低迷として反映されるだろう。

資産価格への影響

バブルを経験した我が国経済は、金融は資産価格にも影響を与えることを知っ

²⁶ 2013年、米国経済学者 L.Summers によって提唱されたもの。これを説明する適切なモデルは、例えば、G.B.Eggertsson&N.R.Mehrotra(2014)を参照。

ている。資産価格は株価、地価等であるが、ここでは代表的株価である東証株価への影響をみよう。

図 17：東証株価指数の推計結果(四半期データ 1985Q2-1999Q2)

Dependent Variable: TOPIX/PGDP90
Method: Least Squares
Date: 03/08/15 Time: 19:47
Sample (adjusted): 1985Q2 1999Q2
Included observations: 57 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	3.110099	1.564166	1.988343	0.0520
XBAL(-1)	0.634226	0.266402	2.380712	0.0210
RGB-@PCH(PER)	-0.267527	0.152368	-1.755789	0.0850
DBUBBLE	2.644679	0.998350	2.649051	0.0107
TOPIX(-1)/PGDP90(-1)	0.754359	0.099507	7.580981	0.0000
R-squared	0.850250	Mean dependent var		16.35880
Adjusted R-squared	0.838731	S.D. dependent var		4.679649
S.E. of regression	1.879267	Akaike info criterion		4.183271
Sum squared resid	183.6454	Schwarz criterion		4.362486
Log likelihood	-114.2232	Hannan-Quinn criter.		4.252920
F-statistic	73.81161	Durbin-Watson stat		2.189193
Prob(F-statistic)	0.000000			

図 18：株価収益率の推計結果(四半期データ 1985Q2-1999Q2)

Dependent Variable: PER JPN
Method: Least Squares
Date: 03/12/15 Time: 09:05
Sample (adjusted): 1985Q2 1999Q2
Included observations: 57 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-8.380620	16.69783	-0.501899	0.6178
GDP90 JPN	4.53E-05	4.26E-05	1.061414	0.2932
PER JPN(-1)	0.843237	0.087546	9.631899	0.0000
R-squared	0.712444	Mean dependent var		63.52281
Adjusted R-squared	0.701794	S.D. dependent var		24.41158
S.E. of regression	13.33074	Akaike info criterion		8.069218
Sum squared resid	9596.259	Schwarz criterion		8.176747
Log likelihood	-226.9727	Hannan-Quinn criter.		8.111007
F-statistic	66.89483	Durbin-Watson stat		1.590867
Prob(F-statistic)	0.000000			

このような分野へのモデルの拡充は今後喫緊の課題である。

4. 結語

- a) 2015年5月、日銀企画局(2015)は、異次元緩和政策の2年間の効果を検証している。2%の物価上昇宣言と金融緩和による名目金利の押し下げで、実質金利が低下したことを受け、実物経済への影響を調べている。それによると実質金利を1%弱押し下げ、経済物価には概ね想定した方向に動いていると評価している。分析で欠落している影響経路は、異次元緩和の金利経由以外の直接的効果である。検証には日銀 Q-JEM を用いているが、現行モデルでは経路がなく追跡が困難であると思われる。またイールドカーブも推定されていない。
- b) 本稿の金融モデルの流れは、代表的国債金利を使用してケインズの流動性選好を基軸に、非伝統的金融政策を組み込むことにある。
- c) さて最後に簡単な結語を述べたい。本稿で金融モデルの全体系を推計した訳で

はないが、本文内各所で紹介した推計はほぼ安定した結果を得ている。金融モデル単独ではなく、マクロモデルとを接続することで、より詳細な実物モデルの金融的側面が明らかにされる。不動産関係のモデル(不動産ファイナンス)との接続も可能であり、今後の課題となる。また金融モデルと多部門経済モデルに接続することも可能である。各部門の銀行部門からの投入が説明される。すなわち、銀行部門からの産業への投入＝金融費用＝ $a_0 + a_1 \times (\text{長短金利} \times \text{総貸出残高})$ となる。

また異次元緩和に至るまでの、70年代の第一次オイルショックから、80年代の日米貿易摩擦とそれからのプラザ合意+ルーブル合意からバブル経済とその崩壊、それらの間の日米構造協議といった一連の日本経済が辿った苦難の道を、本金融モデルとマクロモデルをリンクした体系で解明したいと考える。そこで焦点は、金融政策の目標に、資産価格や為替を含めた時に、如何に指針の役割を担えたかが問われる。

参考文献

- 01) Al-Nowaihi, A. and L. Atracca, 2002, Non-standard Central Bank Loss Functions, Skewed Risks, and Certainty Equivalence, ECB Working Paper No.129.
- 02) Ang, A. and M. Piazzesi, 2003, "A non-arbitrage autoregression of term structure dynamics with macroeconomic and latent variables," Journal of Monetary Economics, Vol.50, pp745-787.
- 03) 天野明弘, 1982, 日本の国際収支と為替レート, 有斐閣.
- 04) 天野明弘, 1990, 国際収支と為替レートの基礎理論, 有斐閣.
- 05) Bernanke, B.S. and V.R. Reinhart, 2004, "Conducting Monetary Policy at Very Low Short-Term Interest Rates," American Economic Review, Vol.94, No.2, pp85-90.
- 06) Bernanke, B.S., V.R. Reinhart and B.P. Sack, 2004, "Monetary Policy Alternatives at the Zero Bound: An Empirical Assessment," Brookings Papers on Economic Activity, No.2, pp1-78.
- 07) Chow, G.C., 1975, Analysis and Control of Dynamic Economic Systems, John Wiley and Sons, Inc.
- 08) Christensen, J.H.E and G.D. Rudebusch, 2013, "Estimating Shadow-Rate Term Structure Models with Near-Zero Yields," Federal Reserve Bank of San Francisco Working Paper Series 2013-07.
- 09) De Grauwe, P. and T. Peeters (1983), Exchange Rates in Multicountry Econometric Models, St. Martin's Press: New York.
- 10) Diebold, F.X., G.D. Rudebusch and S.B. Aruoba, 2006, "The macroeconomy

and the yield curve: a dynamic latent factor approach,” *Journal of Econometrics*, Vol.131,pp309-338.

11)Eggertsson,G.B. and N.R.Mehrotra(2014),"A Model of Secular Stagnation," NBER Working Paper 20574.

12)Friedman,M.,1956,"The Quantity Theory of Money: A Restatement," in M.Friedman(edi.), *Studies in the Quantity Theory of Money*, Chicago University Press.

13)浜田文雅・池田裕夫・一色晃造,1967,日本経済の資金循環モデル,経済企画庁経済研究所経済分析第23号。

14)本多佑三・黒木祥弘・立花実,2010,量的緩和政策,財務省財務総合政策研究所「ファイナルシャル・レビュー」平成22年第1号。

15)Honda,Y.,2014,"The Effectiveness of Nontraditional Monetary Policy: The Case of Japan," *Japanese Economic Review*,Vol.65,No.1,pp1-23.

16)石川・鎌田・倉知・寺西・那須,2011,金融マクロ計量モデルの概要,日本銀行 Working Paper Series No.11-J-7.

17)日銀企画局,2015,「量的・質的金融緩和」:2年間の効果の検証,日銀レビュー2015-J-8.

18)菅和聖・福田善之・杉原慶彦,2013,債券と株式の相関関係を考慮した場合の銀行の株式保有について—ポートフォリオ理論にもとづくアプローチ,日銀DPシリーズ No.13.J.1.

19)菊池健太郎,2010,長期金利変動のファクター分解,日銀DPシリーズ No.10-J-15。

20)久保英也,1991,「新しい金融政策の枠組を探る」:小川一夫・竹中平蔵編著「政策危機と日本経済」,日本評論社(第2章)。

21)黒田晃生,1982,日本の金利構造,東洋経済新報社。

22)Klein,L.R.,1964,"The Keynesian Revolution Revisited," *Economic Studies Quarterly*,Vol.XV,No.1,pp.1-24.

23)Klein,L.R. and W.Krelle,1983,Capital Flows and Exchange Rate Determination, *Journal of Economics*, Supplement 3.

24)国土交通省,2014,マクロ計量モデルを用いた不動産市場とマクロ経済に関する計量分析業務報告書。

25)桐谷維,1986,資産選択の現代理論,東洋経済新報社。

26)Kosaka,H.,2014,On Team Decision Theory,SFC-DP 2014-003.

27)小坂弘行・鈴木崇弘,2014,銀行行動のALMモデル,SFC-DP2014-004.

28)黒田東彦,2014,非伝統的金融政策の実践と理論—国際経済学会第17回世界大会の黒田総裁講演の邦訳—,日本銀行。

29)三浦良造,2005,リスクとデリバティブの統計入門,日本評論社。

- 30)宮尾龍蔵,2006,マクロ金融政策の時系列分析,日本経済新聞社。
 ??)F.Modigliani&R.Sutch,1966,AER,"Innovations in Interest Rate Policy,"pp178-197.
- 31)Modigliani,F., R.Rasche and J.P.Cooper,1970,"Central Bank Policy, the Money Supply, and the Short Term Rate of Interest," Journal of Money, Credit and Banking,Vol.2,pp.166-218.
- 32)F.Modigliani and R.Shiller,1973,"Inflation, Rational Expectations, and the Term Structure of Interest Rates," Economica,Vol.40,pp12-43.
- 33)Nelson,C.H. and A.F.Siegel,1987,"Parsimonious Modeling of Yield Curves,"Journal of Business,Vol.60,No.4,pp.473-489.
- 34)日本銀行金融研究所,1995,新版・わが国の金融制度,日本信用調査.
- 35)小川一夫・北坂真一,1998,資産価格と景気変動,日本経済新聞社.
- 36)小川一夫・竹中平蔵編著,2001,政策危機と日本経済—90年代の経済低迷の原因を探る—,日本評論社.
- 37)小野善康,1992,貨幣経済の動学理論,東大出版会.
- 38)Rudebusch,G.D.,2010,"Macro-Finance Models of Interest Rates and the Economy," The Manchester School,pp.25-52.(Supplement 2010)
- 39)貞広彰,1992,日本経済のマクロ経済分析,有斐閣.
- 40)Soderlind,P. and L.Svensson,1997,"New Techniques to Extract Market Expectations from Financial Instruments," Journal of Monetary Economics,Vol.40,pp.383-429.
- 41)Tobin,J.,1958,"Liquidity Preference as Behavior Towards Risk," Review of Economic Studies,Vol.25,pp65-86.
- 42)Tobin,J.,1969,"A General Equilibrium Approach To Monetary Policy," Journal of Money, Credit and Banking," Vol.1,No.1,pp15-29.
- 43)山下邦男,1972,銀行論,東京大学出版会.

補論 1 : Klein-Krelle の金融モデル

金融モデルの骨格をなす L.R.Klein and W.Krelle(1983)のエッセンスを述べる。本補論での展開は、L.R.Klein and W.Krelle(1983)の Supplement に収められた数編の論文の複数のモデルを取捨選択し纏めたものである。周知の金利決定のメカニズムで概ね外生扱いにされてきたマネーサプライを、内生化することを通してマクロモデルと接続することを意図したインターフェイスである。

a) 経常収支 Current Account

$$CUR = SUR/e \quad (A1.1)$$

CUR: 経常収支 Current Account Balance in US dollar

SUR: 経常収支 Current Account Balance in Local Currency

e: Exchange Rate per Dollar

自国通貨表示のマクロモデルとのリンクを記述している。

b) 資本収支 Capital Account

$$CAP = CAP(CUR, r, r^{US}, \pi, \pi^{US}) \quad (A1.2)$$

CAP: 資本収支 Capital Account Balance in US Dollar

r: Long-term Interest Rate *r*^{US}: US Long-term Interest Rate

π: Inflation Rate *π*^{US}: US Inflation Rate

c) 為替レート

$$e = (r, r^{US}, \pi, \pi^{US}) \quad (A1.3)$$

d) 国際収支 (定義式)

$$ALL = CUR + CAP \quad (A1.4)$$

ALL: Overall Balance Payment in US Dollar

e) 中央銀行外国資産純増 Net Foreign Asset of Central Bank

$$\Delta NFA = ALLe \quad (A1.5)$$

ΔNFA: Net Foreign Asset of Central Bank in Local Currency

f) 外国資産純ストック (定義式) Net Foreign Asset of Central Bank

$$NFA = \Delta NFA + NFA_{-1} \quad (A1.6)$$

NFA: Net Foreign Asset of Central Bank of Local Currency

g) 国内資産純増 Net Domestic Asset

$$NDA = NDA(X, p, NFA) \quad (A1.7)$$

X: real GDP in Local Currency

NDA: Net Domestic Asset of Central Bank in Local Currency

h) 準備通貨 (定義式) Reserve Money

$$RM = NFA + NDA \quad (A1.8)$$

RM: Reserve Money in Local Currency

i) 通貨供給 Money Supply

$$MS = mRM \quad (A1.9)$$

m: 信用乗数 Credit Multiplier in Local Currency

j) 長期金利 Long-term Interest Rate

さて貨幣市場の均衡に移る。

$$MS/p = MD(X, r) \quad (A1.10)$$

したがって以下に変形できる。

$$r = f(X, MS/p) \quad (A1.11)$$

以上が彼らのモデルのエッセンスである。L.R.Klein(1964)は、既に金融モデルの拡張について触れ、貨幣供給の内生化、貨幣需要主体の細分化、貨幣需要の多様化の必要性に言及している。本モデルは、その中の通貨供給の内生化を図ることを意図している。他の拡張については他所で触れる。

さて上の(A1.1)、(A1.2)と(A1.4)に関連して、IMF-IFSの国際収支 Balance of Payments(BOP)では、以下のような恒等的関係を維持している。すなわち、

①経常収支 Current Account+②資本収支 Capital Account+③金融収支 Financial Account+④誤差脱漏 Net Errors & Omissions=⑤総合収支 Overall Balance、となっているので、これに則してモデル化を進める必要がある。モデルは収支尻を直接説明するのではなく、資産と負債の細目についてモデル化をし、結果として収支尻を定義する。L.R.Klein and W.Krelle(1983)においては、モデル化の大きな流れを説明しているに過ぎない。

日本における国際収支モデルは、天野氏による以下の2著が参考になる。

天野明弘,1982,日本の国際収支と為替レート,有斐閣

天野明弘,1990,国際収支と為替レートの基礎理論,有斐閣

近年、残念ながら国際収支のモデル化は殆どみられない。

(A1.3)の為替レートについて、具体的なモデルを述べる。為替レートは購買力平価、資本移動、貿易収支に依存するとする²⁷。

$$\ln e_t = o_1 + o_2 \ln(p_t/p_t^{US}) + o_3(r_t^{US} - r_t) - o_4((EX_t - IM_t)/p_t X_t) \quad (A1.12)$$

p_t^{US} : 米国物価水準 r_t^{US} : 米国名目金利

上式の第4項の分子は貿易収支であるが、経常収支でも構わない。したがって以下のことが示唆される。

$o_2 > 0$: 日本の物価上昇は円安となる

$o_3 > 0$: 米国の金利上昇は資金が米国に流れ、円安となる

$o_4 > 0$: 貿易収支(経常収支)の黒字は円高となる

他の要因として期待が影響している。アベノミックスでも明らかになったように、物価上昇を政策が目指すと言ったアナウンスが、物価がまだ上昇していないにも関わらず、円安を誘導したことである。上の為替決定式に従えば、物価上昇は確かに円安を誘導するだろう。その時、投機的に円を売り、ドルを買う

²⁷ P.De Grauwe and T.Peeters(1983)に依拠している。

行動を促し、それが実際に円安を導くと考える。

また(A1.7)の国内資産については簡略に過ぎ、本文の中で詳述する。

補論 2 : IMF-IFS の勘定体系

本稿の金融モデルの展開は、適用対象が日本経済のみならず、米国はじめ世界の国々を念頭においていることから、共通のフレームワークを用意するのが望ましい。そこで、IMF-IFS 中の金融関連項目を明示する。その構成は以下となる。金融機関の大きな分類はつぎの 5 つになっている。すなわち、①Central Bank 中央銀行、あるいは Monetary Authority、② Other Depository Corporations 預金通貨銀行 (中銀を除く)、③ Depository Corporations=Central Bank + Other Depository Corporations (Monetary Survey となっている)、④ Other Financial Corporations 他金融機関、⑤ Financial Corporations 金融機関となる。

ここで Monetary Authority は、以下のような資産、負債項目を提示する。

資産側

- ① foreign assets 外国資産
- ② claims on central or general government 中央政府への資産
- ③ claims on state and local government or official entities 地方政府への資産
- ④ claims on public non-financial corporations 公共非金融機関への資産
- ⑤ claims on private sector 民間への資産
- ⑥ claims on other depository corporations 預金通貨銀行への資産
- ⑦ claims on other financial corporations 他金融機関への資産

負債側 (上の資産から控除すると純となる)

- ⑧ Time, savings, and foreign currency deposits
- ⑨ - 控除 Securities other than shares=liabilities of central bank(securities)
- ⑩ restricted deposits 拘束預金
- ⑪ foreign liabilities 外国負債
- ⑫ central or general government deposits 中央政府預金
- ⑬ liabilities to other financial corporations 他金融機関負債
- ⑭ capital accounts 資本金
- ⑮ other items(net) 他調整項目

= reserve money 準備通貨の供給

= 準備通貨の需要

⑯ currency outside other depository corporations 銀行組織以外

⑰ other liabilities to other depository corporations 預金通貨銀行預金

(①~⑦) - (⑧-⑨+⑩~⑮) = ⑯+⑰であり、準備通貨の供給=準備通貨

の需要の恒等関係が維持される。

IMF-IFS ではデータの欠落があるから注意が必要である。日本国内であればあれば、日経 NEEDS が役立つ。OECD はあまり整備されていない。また ADB のデータは年次データであり、金融の経済分析には向いていない。海外のデータベースでは、CEIC が整備されたい。この中の China Premium Database は優れている。ついで乍ら多部門データも揃っている。ミシガン大学の China Data Online もみる価値はあろう。中国の金融モデルの構築は喫緊の課題と言える。

補論 3：預金通貨銀行の信用創造

信用創造について近年テキストで述べられないので、以下では、山下邦男(1972)の 14 章（信用創造について）にある仮設的数値例にしたがって、そのメカニズムを詳しくみよう。

01) X 氏が給料のなかから 100,000 円を A 銀行に預金する。そうすると A 銀行の貸借対照表は以下のように変化する。以下同様。

A 銀行

資産		負債	
現金	+100,000	預金 (X 氏)	+100,000

X 氏の預金は以下で見るような銀行貸出によって発生する派生預金、債務者預金ではなく、銀行組織以外からの流入増加であり本源的預金という。

02) 預金に対する支払準備率を 20% とする。100,000 円の預金に対し、支払準備は 20,000 円であり、80,000 円は過剰準備となり貸出に振り向けられる。

03) A 銀行は Y 氏に対し、80,000 円の貸出をする。

A 銀行

資産		負債	
手形貸付	+80,000	預金 (Y 氏)	+80,000

Y 氏の預金を派生預金、債務者預金という。

04) A 銀行の貸借対照表の変化

A 銀行

資産		負債	
現金	+100,000	預金 (X 氏)	+100,000
手形貸付	+80,000	預金 (Y 氏)	+80,000
合計	+180,000	合計	+180,000

05) Y 氏は Z 氏に対して、賃金支払、あるいは材料購入代金として、+80,000 円を小切手で支払う。Z 氏は小切手を B 銀行に預金する。

A 銀行

資産		負債	
現金	-80,000	預金 (Y氏)	-80,000

B 銀行

資産		負債	
現金	+80,000	預金 (Z氏)	+80,000

A銀行とB銀行では現金の移動はなく、日銀の預金のなかで処理される。

06) A銀行の貸借対照表の変化

A 銀行

資産		負債	
現金	+20,000	預金 (X氏)	+100,000
手形貸付	+80,000		

A銀行は預金 100,000 円に対し、現金 20,000 円を保有し、支払準備 20%を保有している。

07) B銀行はZ氏の預金 80,000 円のうち、16,000 円を支払準備とし、64,000 円を過剰準備として、y氏に貸し出す。

B 銀行

資産		負債	
手形貸付	+64,000	預金 (y氏)	+64,000

08) y氏はz氏に小切手で 64,000 円支払う。z氏はC銀行にこれを預金する。

B 銀行

資産		負債	
現金	-64,000	預金 (y氏)	-64,000

C 銀行

資産		負債	
現金	+64,000	預金 (z氏)	+64,000

09) A銀行、B銀行、C銀行の貸借対照表の変化

A 銀行

資産		負債	
現金	+20,000	預金 (X氏)	+100,000
手形貸付	+80,000		

B 銀行

資産		負債	
現金	+16,000	預金 (Z氏)	+80,000

手形貸付	+64,000	
------	---------	--

C 銀行

資産		負債	
現金	+64,000	預金 (z 氏)	+64,000

10) C 銀行も支払準備 12,800 円を残し、51,200 円を貸し出す。小切手を預金された D 銀行という具合に次々と波及する。

11) 銀行組織の全体への波及

	預金	支払準備	貸出
A 銀行	100,000	20,000	80,000
B 銀行	80,000	16,000	64,000
C 銀行	64,000	12,800	51,200
.			
.			
合計	$10/(1-0.8)$	$2/(1-0.8)$	$8/(1-0.8)$
	=50 万円	=10 万円	=40 万円

信用創造についての例示より次のことが分かる。

a) 銀行組織全体として、本源的預金 10 万円は 5 倍の 50 万円の預金通貨の増加につながった。預金創造をコントロールするには準備率を操作すればよい。準備率を 10% とすれば、預金通貨の増大は 100 万円となる。

b) 支払準備率は日本銀行の政策委員会により時々の金融情勢をみながら決定される。このことより日本銀行は間接的に市中銀行の貸出行動をコントロールしている。これは日本銀行の行う金融政策の一部をなしている。委員会のメンバーは日銀総裁はもとより、財務省銀行局長、民間銀行の代表、学識経験者などにより構成される。一般に日本では金融政策の運営において西独、米国に比較して大蔵省の意向が強く反映されると言われている。英国、フランスは日本と同じである。

c) 以上の仮説例は、必ずしも現実の銀行行動を表している訳ではない。例えば、現実の銀行は過剰準備を全て貸し出すとは限らない。危険な融資は過剰準備があっても行わない。また、Z 氏、z 氏は全て預金する訳ではなく、貸金支払の場合にはかなりの部分が消費にまわる。

補論 4：中央財政モデル

中央政府の一般会計の歳入歳出勘定は以下である。

歳入	歳出
租税	社会保障関係費
印紙収入	文教および科学振興費
官業益金・官業収入	国債費 GBCOST
政府資産整理収入	恩給関係費
雑収入	地方財政関係費（地方交付税交付金など）
公債金 GBF	防衛関係費
	公共事業関係費
	経済協力費 ODA
	中小企業対策費
	エネルギー対策費
	食糧管理費
	その他歳出
歳入合計 GINF	歳出合計 GOUTF

注 1)プライマリー・バランス（基礎的財政収支）：国債発行などの借金を除いた歳入（税収・税外収入）と過去の借金の元利払いを除いた歳出の差である。プライマリーバランス赤字の状況が平成 5 年度から続いている。平成 14 年度のプライマリーバランスは、一般会計当初予算ベースで、約 13.3 兆円の赤字。

注 2)国債依存度：歳出総額に占める国債発行額の割合を云う。2001 年度の一般会計当初予算では、新規の国債発行額が 28 兆 3000 億円で、歳出総額（約 82 兆 6500 億円）であるから国債依存度は 34.3%。

注 3)社会保障関係費

生活保護費、社会福祉費、社会保険費、保健衛生対策費、失業対策費

注 4)文教および科学振興費

義務教育国庫負担金、国立学校特別会計へ繰入、科学技術振興費、文教施設費、教育振興助成費、育英事業費

注 5)恩給関係費

文官等恩給費、旧軍人遺族等恩給費、恩給支給事務費、遺族及び留守家族等援護費

注 6)地方財政関係費

地方交付税交付金、臨時地方特例交付金、借入金等利子財源繰入

注 7)公共事業関係費

治山治水対策事業費、道路整備事業費、港湾漁港空港整備事業費、住宅対策費、下水道環境衛生等施設整備費、農業基盤整備費、林道工業用水等事業費、調整

費等

一般会計のモデルは以下である。

1)一般会計歳入

一般会計歳入は、間接国税、直接国税、罰金及び手数料、公債費の合計で説明される。

$$GINF = \alpha + \beta(TNI + TND + FINEG + GBF) \quad (A4.1)$$

$GINF$: 一般会計歳入合計

TNI : 間接国税 (租税ブロックより)

TND : 直接国税 (租税ブロックより)

$FINEG$: 罰金及び手数料 (一般政府ブロックより)

GBF : 公債費

定義式を採用することも可能である。

2)一般会計歳出

一般会計歳出は、主な歳出項目で説明される。

$$GOUTF = \alpha + \beta(GBCOST + GLG + ODA + SAGG + SSBG + CGC + CGDEF + GCW) \quad (A4.2)$$

$GOUTF$: 一般会計歳出合計

$GBCOST$: 国債費

GLG : 交付金

ODA : 経済協力費

$SAGG$: 社会扶助金 (一般政府ブロックより)

$SSBG$: 社会保障給付 (社会保障ブロックより)

CGC : 中央政府最終消費支出 (マクロモデルより)

$CGDEF$: 防衛関係費

3)公債金

公債金は、国の一般会計歳入予算の中の公債金のことである。定式化の方法は、一般会計歳出合計 $GOUTF$ から直接国税 TND と間接国税 TNI を控除したものがほぼ公債金の発行になると考えている。

$$GBF = \alpha + \beta(GOUTF - TND - TNI) \quad (A4.3)$$

GBF : 公債金

$GOUTF$: 一般会計歳出合計

TND : 直接国税 (租税ブロックより)

TNI : 間接国税 (租税ブロックより)

4)国債費

国債費は、一期前の国債残高と長期金利で説明している。

$$GBCOST = \alpha + \beta \times KGB_{-1} + \gamma \times RGB \quad (A4.4)$$

GBCOST : 国債費
KGB : 国債発行残高
RGB : 長期金利

5) 交付金

地方交付税交付金は、所得税（源泉所得税、利子配当所得税、申告所得税の合計である）・法人税・酒税・消費税、各々の一定割合を当てることになっている。自動車重量税の一部も譲与分として当てている。

$$GLG = \alpha + \beta(TNI + TND + FINEG + GBF) \quad (A4.5)$$

GLG : 交付金
TWS : 源泉所得税（租税ブロックより）
TID : 利子・配当所得税（租税ブロックより）
TAS : 申告所得税（租税ブロックより）
TNC : 法人税（租税ブロックより）
TILI : 酒税（租税ブロックより）
TICAW : 自動車重量税（租税ブロックより）
TICO : 消費税（租税ブロックより）

6) 防衛関係費

防衛関係費の中には、人件費、武器等の購入費が含まれる。ここでは、防衛関係費が常に名目 GDP の 1% 程度であることから下式のような定式化を行った。国際関係から軍事対決型モデルのリチャードソンモデルを採用することも可能。

$$CGDEF = \alpha + \beta \times GDP \quad (A4.6)$$

CGDEF : 防衛関係費
GDP : 名目 GDP（マクロモデルより）

7) 経済協力費

一般会計歳出項目としての経済協力費を定式化した。ここでは、経済協力費は一国の経済規模に比例していくものと考え上式のような定式化をした。

$$ODA = \alpha + \beta \times GDP \quad (A4.7)$$

ODA : 経済協力費
GDP : 名目 GDP（マクロモデルより）

8) 公共事業関係費

公共事業関係費は、中央政府の公的資本形成 *IPUB* で説明した。

$$CGW = \alpha + \beta \times IPUB \quad (A4.8)$$

CGW : 公共事業関係費
IPUB : 公的資本形成（マクロモデルより）

長短の国債関係の諸変数の関係は、以下である。

国債（全体）	国債発行額	国債償還額	国債発行残高
普通国債	普通国債発行額	普通国債償還額	普通国債発行残高
政府短期証券	政府短期証券発行額	政府短期証券償還額	政府短期証券発行残高

1)国債発行残高

$$KGB = KGB_{-1} + (GB - GBR) \quad (A4.9)$$

KGB : 国債発行残高 GB : 国債発行額 GBR : 国債償還額

2)普通国債発行残高

$$KGBM = KGBM_{-1} + (GBM - GBMR) \quad (A4.10)$$

$KGBM$: 普通国債発行残高 GBM : 普通国債発行額

$GBMR$: 普通国債償還額

3)政府短期証券発行残高

$$KGBS = KGBS_{-1} + (GBS - GBSR) \quad (A4.11)$$

$KGBS$: 政府短期証券発行残高 GBS : 政府短期証券発行額

$GBSR$: 政府短期証券償還額

4)国債発行額

$$GB = GBM + GBS \quad (A4.12)$$

GB : 国債発行額 GBM : 普通国債発行額 GBS : 政府短期証券発行額

5)普通国債発行額

普通国債発行額は実際の発行状態を示すものである。したがって説明変数としては、公債金 GBF (新規の発行分) と普通国債償還額 $GBMR$ (借り替え債の発行分 = 償還するために発行する分) を用いて説明している。

$$GBM = \alpha + \beta(GBF + GBMR) \quad (A4.13)$$

GBF : 公債金 $GBMR$: 普通国債償還額

6)政府短期証券発行額

政府短期証券発行は、国債償還のための一時的な資金繰りであると考え、国債償還で説明している。

$$GBS = \alpha + \beta \times GBR \quad (A4.14)$$

7)国債償還

$$GBR = GBMR + GBSR \quad (A4.15)$$

GBR : 国債償還額 $GBMR$: 普通国債償還額 $GBSR$: 政府短期証券償還額

8)普通国債償還額

普通国債償還額は、国債残高で説明している。

$$GBMR = \alpha + \beta \times KGBM \quad (A4.16)$$

9)政府短期証券償還

政府短期証券は、1年以内に償還されるため、政府短期証券発行で説明した。

$$GBSR = \alpha + \beta \times GBS \quad (A4.17)$$

以上、中央政府の財政モデルであるが、地方政府も同様に存在する。また中央と地方の税についてもモデル分析が可能である。

補論 5：ポートフォリオ選択と最適貨幣需要関数

三浦(2005)にしたがってマルコビッツ流の標準的資産選択論を述べる。マルコビッツによれば、ポートフォリオの編成は、

a) リスクが同じ時は、リターンが大きい方のポートフォリオを選ぶ

b) リターンが同じ時は、リスクが小さい方のポートフォリオを選ぶ

の 2 つがあると言う。前者はポートフォリオのリスクが未知変数の投資比率の 2 次形式で表現されることから解の探索が面倒になる。後者は線形制約の 2 次損失の最適化問題になるので、容易に解が見つけれられる。ここで後者の問題を記述する。

$$\text{第 0 資産が安全資産： } E(R_0) = g \quad E(R_0 - g)^2 = 0 \quad (\text{A5.1})$$

$$\text{第 1 ～ 第 } n \text{ 資産は危険資産： } E(R_i) = \mu_i$$

$$\text{分散共分散 } E(R_i - \mu_i)^2 = \sigma_i^2 = \sigma_{ii} \quad E(R_i - \mu_i)(R_j - \mu_j) = \sigma_{ij} \quad (\text{A5.2})$$

$$\text{分散共分散行列 } \Omega = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \cdot & \sigma_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \sigma_{n1} & \cdot & \sigma_{nn} \end{pmatrix}$$

以下のポートフォリオを組むと仮定する。

$$\text{ポートフォリオ } R_p = \sum_{i=0}^n x_i R_i \quad (\text{A5.3})$$

当然のことながら投資比率の和は 1 となる。

$$\text{構成比率の和 } x_0 + x_1 + \dots + x_n = 1 \quad (\text{A5.4})$$

そうするとポートフォリオの期待値と分散は以下のように評価される。

$$\text{ポートフォリオの期待値： } \mu_p = E\left(\sum_{i=0}^n x_i R_i\right) = \sum_{i=1}^n x_i \mu_i + g \quad (\text{A5.5})$$

$$\text{ポートフォリオの分散 } : \sigma_p^2 = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n w_i \sigma_{ij} w_j = w' \Omega w \quad (\text{A5.6})$$

ポートフォリオの期待値が m となるよう、ポートフォリオの分散を最小化するように投資比率を決める問題を考えると、最適解は以下となる。

$$w = \gamma \Omega^{-1} (\mu - ru) \quad (\text{A5.7})$$

$$w_0 = 1 - w'u \quad (\text{A5.8})$$

$$\gamma = \frac{m-r}{(\mu - ru)' \Omega^{-1} (\mu - ru)} > 0$$

なお上で、「 w 」は危険資産の投資比率の n のタテベクトル、「 u 」は要素が全て 1 のタテベクトルである。ここで問題となるのは、本稿との関連で言えば、安全資産である貨幣需要である。最適比率は、分子と分母に危険資産の平均値が表れる。また安全資産の最適比率は、危険資産の平均値がマイナスの符号をとっている。上で危険資産が 1 種類のケースというケインズ的世界をみる。

$$w = \frac{\sigma^2(m-r)}{(\mu-r)^2} \frac{1}{\sigma^2} (\mu-r) = \frac{(m-r)}{(\mu-r)} < 1 \quad (\text{A5.9})$$

$$w_0 = 1 - w'u = 1 - \frac{(m-r)}{(\mu-r)} \quad (\text{A5.10})$$

$$\gamma = \frac{\sigma^2(m-r)}{(\mu-r)^2}$$

上の結果では、債券金利があがると危険資産である債券の割合が低下し、安全資産の貨幣が増加することが分かる。それは式の上から当然のことで、ポートフォリオの期待値を一定とし、その分散を最小化するので、危険資産の構成比率が低下するのは当然の帰結と言える。しかしながらケインズ的世界では債券金利が上がると債券に資金が移動し、貨幣需要は下がる。したがってこのままでマルコビッツ流のポートフォリオ理論の成果を貨幣需要の世界に持ち込む訳にはいかない。

そこで J.Tobin(1958)は、分散ではなくて、収益率の 2 次効用の最大化という視点から対処している²⁸。安全資産と危険資産の 2 種のポートフォリオを

$R_p = x_0 R_0 + x_1 R_1$ とする。効用関数 を 2 次としている。

²⁸ 2 次以外の他の可能性として、 $u(R_p) = \log(R_p)$ の場合、そのままの期待値評価が難しいのでテーラー展開して、

$$E(u(R_p)) = \log(\mu) - (\mu/\sigma)^2 + ((\mu/\sigma)^3 \mu_3/3) + \dots \quad \mu_3: \text{尖度}$$

となる。また危険回避者の効用関数 $u(R_p) = \beta(1 - e^{-\alpha R_p})$ の場合、

$$E(u(R_p)) = \beta - \beta e^{-\alpha \mu} (1 + (\alpha^2 \sigma^2/2!) - (\alpha^3 \sigma^3/3!) \mu_3 + \dots)$$

となる。桐谷維(1986)(38 頁)を参照。またテーラー展開で 3 次項以上を無視すると、

$$E(R_p) = u(\mu) + (1/2) u''(\mu) \sigma^2$$

となるので、適切な効用を選んで対処できる。

$$u(R_p) = (1+b)R_p + bR_p^2 \quad x_0 + x_1 = 1 \quad (\text{A5.11})$$

$$E(R_0) = g \quad E(R_0 - g)^2 = \sigma_0^2 = 0 \quad E(R_1) = r \quad E(R_1 - r)^2 = \sigma_1^2$$

この時、 b の如何がリスクへの対処を変える。

$$0 < b < 1 : \text{危険愛好者} \quad (\text{A5.12})$$

$$-1 < b < 0 : \text{危険回避者} \quad (\text{A5.13})$$

そうするとポートフォリオの期待値と2乗の期待値は以下となる。

$$E(R_p) = x_0R_0 + x_1E(R_1) = x_0g + x_1r \quad (\text{A5.14})$$

$$\begin{aligned} E(R_p^2) &= E(x_0^2R_0^2 + 2x_0x_1R_0R_1 + x_1^2R_1^2) = x_0^2g^2 + 2x_0x_1gr + x_1^2E(R_1^2) \\ &= x_0^2g^2 + 2x_0x_1gr + x_1^2(\sigma_1^2 + r^2) \end{aligned} \quad (\text{A5.15})$$

したがって最適化のためのラグランジアンを以下に定める。

$$\begin{aligned} L &= (1+b)E(R_p) + bE(R_p^2) + \lambda(x_0 + x_1 - 1) \\ &= (1+b)(x_0g + x_1r) + b(x_0g + 2x_0x_1gr + x_1(\sigma_1^2 + r^2)) + \lambda(x_0 + x_1 - 1) \end{aligned} \quad (\text{A5.16})$$

最適化のための3つの条件は以下となる。

$$\frac{\partial L}{\partial x_0} = (1+b)g + b(g + 2x_1gr) + \lambda = 0 \quad (\text{A5.17})$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = (1+b)r + b(2x_0gr + \sigma_1^2 + r^2) + \lambda = 0 \quad (\text{A5.18})$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = x_0 + x_1 - 1 = 0 \quad (\text{A5.19})$$

(A5.17)-(A5.18)をつくると

$$(1+b)(g-r) + b(g + 2x_1gr - 2x_0gr - \sigma_1^2 - r^2) = 0 \quad (\text{A5.20})$$

が得られる。したがって下のように整理される。

$$2b(x_1 - x_0)gr = b(\sigma_1^2 + r^2) + (1+b)(r-g) - bg \quad (\text{A5.21})$$

危険資産と安全資産の比率は以下となる。

$$x_1 = x_0 + \frac{b(\sigma_1^2 + r^2) + (1+b)(r-g) - bg}{2bgr} \quad (\text{A5.22})$$

$$\begin{aligned}
x_0 &= 1 - x_1 = 1 - x_0 - \frac{b(\sigma_1^2 + r^2) + (1+b)(r-g) - bg}{2bgr} \\
x_0 &= \frac{1}{2} - \frac{b(\sigma_1^2 + r^2) + (1+b)(r-g) - bg}{4bgr} = \frac{1}{2} - \frac{(\sigma_1^2 + r^2)}{4gr} - \frac{(1+b)(r-g)}{4bgr} + \frac{1}{4r} \\
&= \frac{1}{2} - \frac{\sigma_1^2}{4gr} - \frac{r}{4g} - \frac{(1+b)}{4bg} + \frac{(1+b)}{4br} + \frac{1}{4r} \tag{A5.23}
\end{aligned}$$

安全資産、すなわち貨幣需要の金利の偏微分が、マイナスであるための条件は以下となる。

$$\frac{\partial x_0}{\partial r} = \frac{\sigma_1^2}{4gr^2} - \frac{1}{4g} - \frac{(1+b)}{4br^2} - \frac{1}{4r^2} < 0 \tag{A5.24}$$

偏微分がマイナスであるための条件を整理すると

$$b\sigma_1^2 < br^2 + 2bg + g \tag{A5.25}$$

となる。 $(r^2 - \sigma_1^2) > 0$ であろうから、 $(r^2 + 2g - \sigma_1^2) > 0$ は成立するだろう。ここで $h = b(r^2 + 2g - \sigma_1^2) + g$ とおく。 $h > 0$ が明らかとなればよい。さて危険愛好者 ($0 < b < 1$) では、容易に

$$0 < b = \frac{h-g}{(r^2 + 2g - \sigma_1^2)} < 1 \Rightarrow h > g > 0 \tag{A5.26}$$

となり条件は満たされる。また危険回避者 ($-1 < b < 0$) では、

$$-1 < b = \frac{h-g}{(r^2 + 2g - \sigma_1^2)} < 0 \Rightarrow -(r^2 + 2g - \sigma_1^2) < h - g < 0$$

$$\Rightarrow -(r^2 + 2g - \sigma_1^2) + g < h < g \tag{A5.27}$$

$-(r^2 + 2g - \sigma_1^2) + g > 0$ なら、 h が正となる。条件 $(r^2 + 2g - \sigma_1^2) > 0$ と合わせると、

$$-g > (r^2 - \sigma_1^2) > -2g \tag{A5.28}$$

となる。きつい条件と言えよう。

つぎに、安全資産と n 種の危険資産のある場合に拡張する。以下のポートフォリオを考える。(A5.3)を再掲する。

$$R_p = x_0 R_0 + \sum_{i=1}^n x_i R_i \tag{A5.29}$$

ポートフォリオの平均と分散は以下で評価される。

$$\mu_p = \sum_{i=1}^n x_i \mu_i + x_0 g = \mu'x + x_0 g \tag{A5.30}$$

$$\sigma_p^2 = x' \Omega x \tag{A5.31}$$

当然、安全資産と危険資産混合の和は、 $x_0 + u'x = 1$ となる。さてつぎに、ポートフォリオの期待値と二乗の期待値を評価する。

$$E(R_p) = x_0 R_0 + \sum_{i=1}^n x_i E(R_i) = x_0 g + \sum_{i=1}^n x_i \mu_i \quad (\text{A5.32})$$

$$\begin{aligned} E(R_p^2) &= E\left(x_0 R_0 + \sum_{i=1}^n x_i R_i\right) = E\left(x_0^2 R_0^2 + 2x_0 R_0 \sum_{i=1}^n x_i R_i + \left(\sum_{i=1}^n x_i R_i\right)^2\right) \\ &= E(x_0^2 R_0^2) + 2E\left(x_0 R_0 \sum_{i=1}^n x_i R_i\right) + E\left(\sum_{i=1}^n x_i R_i\right)^2 \\ &= x_0^2 g^2 + 2x_0 g \sum_{i=1}^n x_i \mu_i + E\left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j R_i R_j\right) \\ &= x_0^2 g^2 + 2x_0 g \sum_{i=1}^n x_i \mu_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij} \end{aligned} \quad (\text{A5.33})$$

効用関数は、先と同じようにポートフォリオの2次関数とする。

$$u(R_p) = (1+b)R_p + bR_p^2 \quad (\text{A5.34})$$

その効用の期待値は以下となる。

$$\begin{aligned} E(u(R_p)) &= (1+b)E(R_p) + bE(R_p^2) \\ &= (1+b)\left(x_0 g + \sum_{i=1}^n x_i \mu_i\right) + b\left(x_0^2 g^2 + 2x_0 g \sum_{i=1}^n x_i \mu_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij}\right) \\ &= (1+b)x_0 g + bx_0^2 g^2 + (1+b+2bx_0 g)x' \mu + bx' \Omega x \end{aligned} \quad (\text{A5.35})$$

最適投資比率を探るために、ラグランジアンを定める。

$$L = (1+b)x_0 g + bx_0^2 g^2 + (1+b+2bx_0 g)x' \mu + bx' \Omega x + \lambda(x_0 + u'w - 1) \quad (\text{A5.36})$$

3つの最適化条件を得る。

$$\frac{\partial L}{\partial x_0} = (1+b)g + 2bg^2 x_0 + 2bg\mu'x + \lambda = 0 \quad (\text{A5.37})$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = (1+b+2bx_0 g)\mu + 2b\Omega x + \lambda u = 0 \quad (\text{A5.38})$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = x_0 + u'x - 1 = 0 \quad (\text{A5.39})$$

(A5.37)より未定常数值は以下となる。

$$\lambda = -(1+b)g - 2bg^2 x_0 - 2bg\mu'x \quad (\text{A5.40})$$

(A5.40)を(A5.38)に入れる。

$$(1+b+2bx_0 g)\mu + 2b\Omega x - (1+b)gu - 2bg^2 x_0 u - 2bgu\mu'x = 0 \quad (\text{A5.41})$$

I を単位行列として、(A5.41)に左から Ω^{-1} を掛ける。

$$(1+b+2bx_0g)\Omega^{-1}\mu+2bIx-(1+b)g\Omega^{-1}u-2bg^2x_0\Omega^{-1}u-2bg\Omega^{-1}u\mu'x=0 \quad (\text{A5.42})$$

x について整理する。

$$2b(I-g\Omega^{-1}u\mu')x=(1+b)g\Omega^{-1}u+2bg^2x_0\Omega^{-1}u-(1+b+2bx_0g)\Omega^{-1}\mu \quad (\text{A5.43})$$

したがって危険資産の最適投資比率 x は以下となる。

$$\begin{aligned} x &= [2b(I-g\Omega^{-1}u\mu')]^{-1}\Omega^{-1}[(1+b)gu+2bg^2x_0u-(1+b+2bx_0g)\mu] \quad (\text{A5.44}) \\ &= H[(1+b)gu+2bg^2x_0u-(1+b+2bx_0g)\mu] \\ &= (1+b)gHu+2bg^2x_0Hu-(1+b+2bx_0g)H\mu \end{aligned}$$

$$H = [2b(I-g\Omega^{-1}u\mu')]^{-1}\Omega^{-1}$$

(A5.44)を(A5.39)に入れて安全資産の最適比率 x_0 を計算する。

$$x_0=1-(1+b)gu'Hu+2bg^2x_0u'Hu-(1+b+2bx_0g)u'H\mu \quad (\text{A5.45})$$

(A5.45)を整理する。

$$x_0+(1+b+2bx_0g)u'H\mu-2bg^2x_0u'Hu=1-(1+b)gu'Hu \quad (\text{A5.46})$$

さらに整理する。

$$(1+2bgu'H\mu-2bg^2u'Hu)x_0=1-(1+b)gu'Hu-(1+b)u'H\mu \quad (\text{A5.47})$$

したがって安全資産の最適投資比率は以下となる。

$$x_0 = \frac{1-(1+b)gu'Hu-(1+b)u'H\mu}{(1+2bgu'H\mu-2bg^2u'Hu)} \quad (\text{A5.48})$$

分母には危険資産の収益の平均の1次結合、分子には収益の平均の1次結合のマイナスが入る。

$g=0$ で $n=2$ の具体的ケースで x_0 を探ってみよう。

$$H = \frac{\Omega^{-1}}{2b} \quad \Omega^{-1} = \begin{pmatrix} \sigma_2^2/(\sigma_1^2\sigma_2^2-\sigma_{12}\sigma_{21}) & -\sigma_{12}/(\sigma_1^2\sigma_2^2-\sigma_{12}\sigma_{21}) \\ -\sigma_{21}/(\sigma_1^2\sigma_2^2-\sigma_{12}\sigma_{21}) & \sigma_1^2/(\sigma_1^2\sigma_2^2-\sigma_{12}\sigma_{21}) \end{pmatrix} \quad (\text{A5.49})$$

$$\begin{aligned}
x_0 &= 1 - (1+b)u'H\mu = 1 - \frac{(1+b)}{2b} (1 \quad 1) \begin{pmatrix} \sigma_2^2 / (\sigma_1^2 \sigma_2^2 - \sigma_{12} \sigma_{21}) & -\sigma_{12} / (\sigma_1^2 \sigma_2^2 - \sigma_{12} \sigma_{21}) \\ -\sigma_{21} / (\sigma_1^2 \sigma_2^2 - \sigma_{12} \sigma_{21}) & \sigma_1^2 / (\sigma_1^2 \sigma_2^2 - \sigma_{12} \sigma_{21}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{pmatrix} \\
&= 1 - \frac{(1+b)}{2b} (1 \quad 1) \begin{pmatrix} \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 \sigma_2^2 - \sigma_{12} \sigma_{21}} \mu_1 - \frac{-\sigma_{12}}{\sigma_1^2 \sigma_2^2 - \sigma_{12} \sigma_{21}} \mu_2 \\ \frac{-\sigma_{21}}{\sigma_1^2 \sigma_2^2 - \sigma_{12} \sigma_{21}} \mu_1 - \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 \sigma_2^2 - \sigma_{12} \sigma_{21}} \mu_2 \end{pmatrix} \\
&= 1 - \frac{(1+b)}{2b} \left(\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 \sigma_2^2 - \sigma_{12} \sigma_{21}} \mu_1 - \frac{-\sigma_{12}}{\sigma_1^2 \sigma_2^2 - \sigma_{12} \sigma_{21}} \mu_2 + \frac{-\sigma_{21}}{\sigma_1^2 \sigma_2^2 - \sigma_{12} \sigma_{21}} \mu_1 - \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 \sigma_2^2 - \sigma_{12} \sigma_{21}} \mu_2 \right) \\
&= 1 - \frac{(1+b)}{2b} \left(\frac{\sigma_2^2 - \sigma_{21}}{\sigma_1^2 \sigma_2^2 - \sigma_{12} \sigma_{21}} \mu_1 - \frac{\sigma_1^2 + \sigma_{12}}{\sigma_1^2 \sigma_2^2 - \sigma_{12} \sigma_{21}} \mu_2 \right) \\
&= 1 - \frac{(1+b)}{2b} \left(\frac{\sigma_2(\sigma_2 - \rho_{12}\sigma_1)}{\sigma_1^2 \sigma_2^2 (1 - \rho_{12})} \mu_1 - \frac{\sigma_1(\sigma_1 + \rho_{12}\sigma_2)}{\sigma_1^2 \sigma_2^2 (1 - \rho_{12})} \mu_2 \right) \tag{A5.50}
\end{aligned}$$

上の第2項の $(1+b)/b$ の符号は、危険愛好者でプラス、危険回避者でマイナスとなる。危険愛好者では、危険資産の何れの平均が上がることや分散が減ることは危険資産に向かい、貨幣需要は減少する。危険回避者では、平均や分散の逆の動きは貨幣需要を増加させる。第2項の括弧の中の第1項はプラスとマイナスはいずれの可能性もあり、また第2項は、 $\rho_{12} < 1$ よりマイナスとなる。

$$\frac{\sigma_1(\sigma_1 + \rho_{12}\sigma_2) / \sigma_1^2 \sigma_2^2 (1 - \rho_{12})}{\sigma_2(\sigma_2 - \rho_{12}\sigma_1) / \sigma_1^2 \sigma_2^2 (1 - \rho_{12})} = \frac{\sigma_1(\sigma_1 + \rho_{12}\sigma_2)}{\sigma_2(\sigma_2 - \rho_{12}\sigma_1)} \tag{A5.51}$$

符号は正負いずれもとりうる可能性がある。

さて、ポートフォリオ選択の貨幣需要への含意は何か。ポートフォリオ選択では、総資産1単位が与えられた時、振り分けられる各資産の収益率がそのパラメータである平均と分散(2パラメータ・アプローチの所以)によって記述され、その下で最適な資産構成を決定する問題を扱う。したがって平均や分散が変化しない限り、ポートフォリオの最適編成は変化しない。本稿の貨幣需要関数の流れでは、貨幣需要関数であるから右辺の実質貨幣需要を問題とし、実質1単位の総資産が与えられた時の各資産の最適構成は每期毎に刻々変化するとみる。債券金利以外の収益率とマクロのファンダメンタルが每期、その変化が与えられて、その結果として債券金利が決まる。それは他方で最適な資産構成が変化している結果でもある。債券金利以外の収益率とマクロのファンダメンタルは、計量経済モデルが与えることになる。

実質貨幣需要関数は、ポートフォリオ選択の結果を生かして以下のように定立

される。その際、平均 μ は時間とともに変化するものとみなし、分散共分散は時間で固定する。平均は誤解のないように、 μ ではなく、各資産の収益率 r で置き換えると、以下のように再表現される。

$$M^D/p = m^D = (\alpha_0 + \alpha_1 X) + \beta_0 \left(\frac{1 - (1+b)gu'Hu - (1+b)u'Hr}{(1+2bgu'Hr - 2bg^2u'Hu)} \right) \quad (A5.52)$$

$$r' = (r_1 \quad \dots \quad r_n)$$

$g = 0$ と簡略化すると、 $H = \Omega^{-1}/2b$ となり簡単になる。

$$M^D/p = m^D = (\alpha_0 + \alpha_1 X) + \beta_0 \left(1 - \frac{(1+b)}{2b} u' \Omega^{-1} r \right) \quad (A5.53)$$

$((1+b)/2b)u' \Omega^{-1} = (\gamma_1 \quad \gamma_2 \quad \dots \quad \gamma_n)$ と置く。

$$\begin{aligned} M^D/p = m^D &= (\alpha_0 + \alpha_1 X) + \beta_0 (1 - \gamma_1 r_1 - \gamma_2 r_2 - \dots - \gamma_n r_n) \\ &= \alpha_0 + \alpha_1 X + \beta_0 - \beta_1 r_1 - \beta_2 r_2 - \dots - \beta_n r_n \end{aligned} \quad (A5.54)$$

この貨幣需要関数を債券金利決定の式とみなす。

$$r_1 = \frac{\alpha_0 + \beta_0}{\beta_1} - \frac{1}{\beta_1} \frac{M^S}{p} + \frac{\alpha_1}{\beta_1} X - \frac{\beta_2}{\beta_1} r_2 - \dots - \frac{\beta_n}{\beta_1} r_n \quad (A5.55)$$

債券 1、短期債券 2、株式 3、米国債 4 として、より具体的に書けば以下のようになる。

$$r_{GB} = \frac{\alpha_0 + \beta_0}{\beta_1} - \frac{1}{\beta_1} \frac{M^S}{p} + \frac{\alpha_1}{\beta_1} X - \frac{\beta_2}{\beta_1} r_s - \frac{\beta_3}{\beta_1} per - \frac{\beta_4}{\beta_1} r_{GB}^{US} \quad (A5.56)$$

また参考ながら、Y.Honda(2014)は、J.Tobin(1969)を敷衍して、貨幣、債券、株式、外国資産の一般均衡から各資産の需要を論じている。

