

SFC ディスカッションペーパー
SFC-DP 2016-003

EViews による国際 CGE モデリング

小坂弘行（総合政策学部名誉教授）

hkosaka@sfc.keio.ac.jp

2016 年 10 月

EViews による国際 CGE モデリング

小坂弘行

総合政策学部名誉教授

〒252-8520 藤沢市遠藤 5322

E-mail:hkosaka@sfc.keio.ac.jp

要約

近年頻繁に利用されている国内経済の CGE モデルについて、4つのアプローチを最初に区別する。そしてその典型となるヨハンセン流のそれを計量経済分析ソフトとして知られている EViews 上に展開し、それと比較する形でレオンチェフ、あるいはケインズのモデルを同時に考察する。

国内 CGE モデルを、国際 CGE モデルに拡張し、従来のヨハンセン流に代わって、レオンチェフ的モデルの記述を EViews 上でおこなった。様々な国際問題に対処できることを念頭に、政策課題についても言及した。本稿が、EViews 上で国際 CGE モデルの開発する上で、簡便なガイドになれば幸いである¹。

¹ B.Essama-Nssah(2004)も同様の趣旨で CGE を EViews 上で展開している。

1. イントロダクション

国内を対象とした CGE モデルは多様なモデルが提示されており、違いを理解する上で重要であるので、それらを最初に整理しておきたい。およそ 4 つのアプローチがある。

4 つの CGE モデル

源流をなす 4 つの流れについて簡単にレビューしよう。

①Shoven-Whaley

アロー・デブルーの一般均衡論を引き継ぎ、Scarf-Merril アルゴリズムを使用するところに特徴がある。この点において他の 3 つと区別される。詳細は J.B.Shoven-J.Whaley(1992)を参照。

②Leontief

Leontief の提示した生産量と価格決定の単純モデルを原型とする。資本市場は無視し、労働市場は均衡しない。多様な展開があるが、本稿の以下の展開もこの範疇に属する。

③Johansen

L.Johansen(1960)に端を発する。Johansen-Orani-Salter-GTAP への流れをなす。すなわち Orani がオーストラリアの国内モデル、Salter はその国際版に拡張した。Purdue 大学の Hertel はさらに進めて世界モデルに発展させた。その時点で Monash 大学のピアソンにより、データベースやモデルの管理ソフト GEMPACK が開発された。Version5 では世界 66 国地域、57 産業分類になっている。その後、GEMPACK に代わりコロラド大学の Rutherford により GAMS 版が開発されている。分析の特徴は、水準の原モデルに対して、log differential をつくり分析することである。この点については、後の 2 節でやや詳しく述べる。レオンチェフの影響力・感応度分析を模したものであると考えられる。

④Adelman-Robinson

L.Johansen が log differential でモデル分析するのに対し、level で解くのが Adelman-Robinson 方式であると言える。標準モデルは、H.Lofgren,R.E.Harris and S.Robinson(2002)を参照。世銀での経済開発に利用され、そのため SAM を使用するところに特徴がある。

上の色々なバリエーションを別の観点から眺めてみよう。

①表形式

利用する国際表は2つが区別される。第1は国際IO表であり、レオンチェフの最初に示したもので、アイザードの地域間連関表を国際表にしたものである。第2は、国際SNA表であり、国際IO表を含んだ拡大国民経済循環表を利用する。

②解法ソフト

3種あり、第1がGAMSであり、元来数理計画法のソフトである。第2がGEMPACKであり、Johansen-Orani-GTAPで開発された。最後に、EViewsは殆どCGEに使用されないが、有名な計量経済分析ソフトであり、CGEも適用可能である。CGEをEViewsで管理すれば、通常の計量経済モデルとも共存が可能となる。本稿はEViewsを用いてモデル開発をおこなった。

③表現形式

第1が水準モデルであり、理論展開されたものを直接利用する。第2は、展開された理論の全微分してlog differentialをとり、線形化したものを利用する。

④データ期間

第1は、1時点データのみデータを利用する。第2は、多期間データを利用し、通常の計量経済分析で使用する方法で20期程度以上のデータを使って、過去や近未来を予測する。

⑤需要・供給行動

部門の需要と供給行動の記述には多様性がある。

⑥市場競争

第1が完全競争であり、当初のShoven-Whalleyで採用された。第2がそれ以外の不完全競争であるが、不完全競争は多様である。

2. ヨハンセン・モデル／レオンチェフ・モデル

2.1 ヨハンセン・モデル

ヨハンセンの標準モデル(Stylized Model)について、Dixon らに従って述べよう。P.B.Dixon,B.R.Parmenter,A.A.Powell and

P.J.Wilcoxon(1992)を参照。

a)家計

家計のコブ・ダグラス型効用を予算制約にしたがって最適配分する。

$$U = X_{10}^{\alpha_{10}} X_{20}^{\alpha_{20}} \quad \alpha_{10} + \alpha_{20} = 1 \quad (2.1)$$

$$P_1 X_{10} + P_2 X_{20} = Y \quad (2.2)$$

これより最適消費額は、 $X_{i0} = \alpha_{i0} (Y/P_i)$ となる。

b)企業

生産関数の制約下で以下のコストを最小化する。

$$C_j = P_1 X_{1j} + P_2 X_{2j} + P_L L_j + P_K K_j \quad (2.3)$$

L_j : 投入労働 K_j : 投入資本

P_L : 賃金率 P_K : 資本財価格

ただしコブ・ダグラス型生産関数

$$X_j = A_j X_{1j}^{\alpha_{1j}} X_{2j}^{\alpha_{2j}} L_j^{\alpha_{Lj}} K_j^{\alpha_{Kj}} \quad A_j > 0 \quad \alpha_{1j} + \alpha_{2j} + \alpha_{Lj} + \alpha_{Kj} = 1 \quad (2.4)$$

とし、中間需要の決定を記すと、

$$X_{1j} = \frac{(\alpha_{1j} Q_j X_j P_1^{\alpha_{1j}} P_2^{\alpha_{2j}} P_L^{\alpha_{Lj}} P_K^{\alpha_{Kj}})}{P_1} \quad X_{2j} = \frac{(\alpha_{2j} Q_j X_j P_1^{\alpha_{1j}} P_2^{\alpha_{2j}} P_L^{\alpha_{Lj}} P_K^{\alpha_{Kj}})}{P_2} \quad (2.5)$$

であり、要素需要の決定は以下である。

$$L_j = \frac{(\alpha_{Lj} Q_j X_j P_1^{\alpha_{1j}} P_2^{\alpha_{2j}} P_L^{\alpha_{Lj}} P_K^{\alpha_{Kj}})}{P_L} \quad K_j = \frac{(\alpha_{Kj} Q_j X_j P_1^{\alpha_{1j}} P_2^{\alpha_{2j}} P_L^{\alpha_{Lj}} P_K^{\alpha_{Kj}})}{P_K} \quad (2.6)$$

その時、価格は、

$$P_j = Q_j P_1^{\alpha_{1j}} P_2^{\alpha_{2j}} P_L^{\alpha_{Lj}} P_K^{\alpha_{Kj}} \quad (j=1,2) \quad (2.7)$$

となる。

カリブレーションは上の結果を利用する。まず式(2.7)より基準時点で価格は1とする。

$$P_1 = Q_1 = 1 \quad P_2 = Q_2 = 1 \quad (2.8)$$

これを中間需要に代入して、

$$X_{1j} = \frac{(\alpha_{1j} Q_j X_j P_1^{\alpha_{1j}} P_2^{\alpha_{2j}} P_L^{\alpha_{Lj}} P_K^{\alpha_{Kj}})}{P_1} = \alpha_{1j} X_j \quad (2.9)$$

$$X_{2j} = \frac{(\alpha_{2j} Q_j X_j P_1^{\alpha_{1j}} P_2^{\alpha_{2j}} P_L^{\alpha_{Lj}} P_K^{\alpha_{Kj}})}{P_2} = \alpha_{2j} X_j \quad (2.10)$$

であり、要素需要に代入して

$$L_j = \frac{(\alpha_{Lj} Q_j X_j P_1^{\alpha_{1j}} P_2^{\alpha_{2j}} P_L^{\alpha_{Lj}} P_K^{\alpha_{Kj}})}{P_L} = \alpha_{Lj} X_j \quad (2.11)$$

$$K_j = \frac{(\alpha_{Kj} Q_j X_j P_1^{\alpha_{1j}} P_2^{\alpha_{2j}} P_L^{\alpha_{Lj}} P_K^{\alpha_{Kj}})}{P_K} = \alpha_{Kj} X_j \quad (2.12)$$

より、生産の8個のパラメータがカリブレートされる。

c) ゼロ利潤

$$\begin{aligned} C_j &= P_1 \frac{\alpha_{1j} Q_j X_j P_1^{\alpha_{1j}} P_2^{\alpha_{2j}} P_L^{\alpha_{Lj}} P_K^{\alpha_{Kj}}}{P_1} + P_2 \frac{\alpha_{2j} Q_j X_j P_1^{\alpha_{1j}} P_2^{\alpha_{2j}} P_L^{\alpha_{Lj}} P_K^{\alpha_{Kj}}}{P_2} \\ &+ P_L \frac{\alpha_{Lj} Q_j X_j P_1^{\alpha_{1j}} P_2^{\alpha_{2j}} P_L^{\alpha_{Lj}} P_K^{\alpha_{Kj}}}{P_L} + P_K \frac{\alpha_{Kj} Q_j X_j P_1^{\alpha_{1j}} P_2^{\alpha_{2j}} P_L^{\alpha_{Lj}} P_K^{\alpha_{Kj}}}{P_K} \\ &= \alpha_{1j} Q_j X_j P_1^{\alpha_{1j}} P_2^{\alpha_{2j}} P_L^{\alpha_{Lj}} P_K^{\alpha_{Kj}} + \alpha_{2j} Q_j X_j P_1^{\alpha_{1j}} P_2^{\alpha_{2j}} P_L^{\alpha_{Lj}} P_K^{\alpha_{Kj}} \\ &+ \alpha_{Lj} Q_j X_j P_1^{\alpha_{1j}} P_2^{\alpha_{2j}} P_L^{\alpha_{Lj}} P_K^{\alpha_{Kj}} + \alpha_{Kj} Q_j X_j P_1^{\alpha_{1j}} P_2^{\alpha_{2j}} P_L^{\alpha_{Lj}} P_K^{\alpha_{Kj}} \\ &= (\alpha_{1j} + \alpha_{2j} + \alpha_{Lj} + \alpha_{Kj}) Q_j X_j P_1^{\alpha_{1j}} P_2^{\alpha_{2j}} P_L^{\alpha_{Lj}} P_K^{\alpha_{Kj}} = Q_j X_j P_1^{\alpha_{1j}} P_2^{\alpha_{2j}} P_L^{\alpha_{Lj}} P_K^{\alpha_{Kj}} \\ &= Q_j X_j P_1^{\alpha_{1j}} P_2^{\alpha_{2j}} P_L^{\alpha_{Lj}} P_K^{\alpha_{Kj}} = P_j X_j \end{aligned} \quad (2.13)$$

中間需要と要素需要の結果をいれると、ゼロ利潤は自動的に満たされる。

d) 市場均衡

財市場の均衡

$$X_{11} + X_{12} + X_{10} = X_1 \quad (2.14)$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{20} = X_2 \quad (2.15)$$

要素市場の均衡

$$L_1 + L_2 = L_S \quad (2.16)$$

$$K_1 + K_2 = K_S \quad (2.17)$$

要素市場の均衡より、両市場の賃金率、資本価格が決定する。

$$P_L = \frac{\alpha_{L1} P_1 X_1}{L_S} + \frac{\alpha_{L2} P_2 X_2}{L_S} \quad (2.18)$$

$$P_K = \frac{\alpha_{K1} P_1 X_1}{K_S} + \frac{\alpha_{K2} P_2 X_2}{K_S} \quad (2.19)$$

e) 予算制約

$$P_L L_S + P_K K_S = Y \quad (2.20)$$

以上でモデルが確定する。

f) モデルの線型化

大規模非線型モデルを線型化して解くための変形をおこなう。2本の式の例題で線型化の仕方をみよう²。

$$x_1^2 z - 1 = 0 \quad (2.21)$$

$$x_1 + x_2 - 2 = 0$$

これを解けば以下となる。

$$x_1 = z^{-0.5} \quad (2.22)$$

$$x_2 = 2 - z^{-0.5}$$

$z=1$ の時、 $x_1 = x_2 = 1$ となっている。 z が1から1.1に10%増加した時、 $x_1 = 0.9535$ 、 $x_2 = 1.0465$ になり、それぞれ x_1 は4.65%

² P.B.Dixon, B.R.Parmenter, A.A.Powell and P.J.Wilcoxon(1992)の頁73以下を参照。

減少し、 x_2 は 4.65%増加することになる。さて基準時点からの変化をみる時、大規模な非線型モデルを避けて、線型モデルに如何に計算をおこなうか。そのため 2 本の式を全微分して以下を得る。

$$\begin{pmatrix} 2x_1z & 0 & x_1^2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx_1 \\ dx_2 \\ dz \end{pmatrix} = 0 \quad (2.23)$$

変化率の形で評価するため、上の式を以下のように変形する。

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ x_1/2 & x_2/2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \log x_1 \\ d \log x_2 \\ d \log z \end{pmatrix} = 0 \quad (2.24)$$

したがって以下のようなになる。

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ x_1/2 & x_2/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \log x_1 \\ d \log x_2 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} d \log z \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

$$\begin{pmatrix} d \log x_1 \\ d \log x_2 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ x_1/2 & x_2/2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} d \log z \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

そこで、 z の変化率が、 x_1 や x_2 の変化率にどのように繋がるかが線型計算で可能となる。上の式を基準期で評価すると、

$$\begin{pmatrix} d \log x_1 \\ d \log x_2 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0.5 & 0.5 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} d \log z = \begin{pmatrix} -0.5 \\ 0.5 \end{pmatrix} d \log z \quad (2.27)$$

となり、所望の結果が得られる。ただし誤差がでるこにも注意を要する。以上が分析の骨子である。

2.2 ヨハンセン・モデルの例題－EViewsによる処理－

P.B.Dixon, B.R.Parmenter, A.A.Powell and P.J.Wilcoxon(1992)で取り上げられている数値例で EViews を使ってモデルを構築しよう。

表 2.1 : 仮説的数値例

	commodity 1	commodity 2	household	total sales
commodity 1	4	2	2	8
commodity 2	2	6	4	12
labor	1	3		4
capital	1	1		2
production	8	12	6	

まず EViews を立ち上げ、仮説的数値を入れる³。年度指定は、例えば 2010 年～2020 年とし、基準年度を 2010 年とする。上部のコマンド画面で以下のコマンドを発する。

表 2.2 : 基準時のデータの入力

```
smpl 2010 2010
```

```
data x1 x2 x11 x12 x21 x22 l1 l2 l k1 k2 k p1 p2 pl pk c1 c2 y
```

上では基準年度を 2010 年として、変数 (x1, x2, x11, x12, x21, x22, l1, l2, l, k1, k2, k, p1, p2, pl, pk, c1, c2, y) の基準年度のデータを入れる。EViews では、2010 年の時系列データとして認識され、波型の記号で表現される。

つぎに各種の固定係数を計算するプログラムを書く。

表 2.3: 固定係数の計算プログラム

```
' making coefficients
```

³ EViews の解説書ではないので、初歩的な解説は割愛する。

```
simpl 2010 2010
' consumption 1
genr zz=c1*(p1/y)
scalar a10=@convert(zz)
' consumption 2
genr zz=c2*(p2/y)
scalar a20=@convert(zz)
' production 1
genr zz=x11/x1
scalar a11=@convert(zz)
genr zz=x21/x1
scalar a21=@convert(zz)
genr zz=l1/x1
scalar a11=@convert(zz)
genr zz=k1/x1
scalar ak1=@convert(zz)
' production 2
genr zz=x12/x2
scalar a12=@convert(zz)
genr zz=x22/x2
scalar a22=@convert(zz)
genr zz=l2/x2
scalar al2=@convert(zz)
```

```
genr zz=k2/x2
scalar ak2=@convert(zz)
```

上のプログラムで、例えば一番上の、`genr zz=c1*(p1/y)`は計算式で、`scalar a10=@convert(zz)`は、計算された括弧の中の時系列データ`zz`をスカラー`a10`として定義するコマンドである。また肩のダッシュはコメント行であることを示す。計算された固定係数は、EViewsの中で、「#」の記号で表現される。

つぎにモデルを定義する。Object ボタンを押し、Object→New Object→Model と選択すると、model を定義・登録する画面が現れる。右上に model の名称を入れておく。ここに model 式を蓄積する。通常の計量経済モデルであると、推定された方程式をいれるが、CGE の場合は全て定義式となるので、model の開いた画面の一番右の text ボタンを押して式を入力する。入力し終わったら equations ボタンを押すと登録が完了する。因みに、text ボタンの左の variables ボタンは、内生変数と外生変数の区別をしてくれる⁴。EViews では、モデルは「M」の記号で表現される。

表 2.4 : ヨハンセン・モデルの入力

' 家計消費の決定式

$$c1=a10*(y/p1)$$

$$c2=a20*(y/p2)$$

' 財市場の均衡式

$$x1=x11+x12+c1$$

$$x2=x21+x22+c2$$

' 生産1に関わる中間需要と要素需要

$$x11=a11*x1*(p1^{a11})*(p2^{a21})*(p1^{a11})*(pk^{ak1})/p1$$

$$x21=a21*x1*(p1^{a11})*(p2^{a21})*(p1^{a11})*(pk^{ak1})/p2$$

⁴ 被説明変数が x/y のような場合にも、EViews では x を内生変数として識別するようになっている。

```

l1=a11*x1*(p1^a11)*(p2^a21)*(p1^a11)*(pk^ak1)/p1
k1=ak1*x1*(p1^a11)*(p2^a21)*(p1^a11)*(pk^ak1)/pk
' 生産2に関わる中間需要と要素需要
x12=a12*x2*(p1^a12)*(p2^a22)*(p1^a12)*(pk^ak2)/p1
x22=a22*x2*(p1^a12)*(p2^a22)*(p1^a12)*(pk^ak2)/p2
l2=a12*x2*(p1^a12)*(p2^a22)*(p1^a12)*(pk^ak2)/p1
k2=ak2*x2*(p1^a12)*(p2^a22)*(p1^a12)*(pk^ak2)/pk
' 財の価格
p1=(p1^a11)*(p2^a21)*(p1^a11)*(pk^ak1)
p2=(p1^a12)*(p2^a22)*(p1^a12)*(pk^ak2)
' 要素価格
pl=(a11*p1*x1+a12*p2*x2)/ls
pk=(ak1*p1*x1+ak2*p2*x2)/ks
' 所得の定義式
y=pl*ls+pk*ks

```

モデルを開いた状態の画面で、プルダウンメニューの solve ボタンを押すと入力されたモデルを用いた静学的シミュレーションを実行してくれる。CGE の場合、基準時の内生変数値が実現される筈であるから、実績値 x とシミュレーション値 x_0 を比較して、正確に一致しているか否かをチェックする。なお closing の問題は、モデルの過剰決定の問題であり、EViews は過剰決定の時にはモデル登録の段階で警告を発生し、シミュレーションを挙行してくれないようになっている⁵。

⁵ EViews のモデル登録画面で、先にみたように text ボタンでモデルの登録をおこなう。シミュレーションを挙行するに当たり、text の左に、equations ボタンがあり、それを押して方程式の登録をするが、その段階で赤字で警告がでる。

2.3 レオンチェフ・モデル

ヨハンセン・モデルに対して、対比的に取り上げるレオンチェフ・モデルをここに提示する。

a)家計

ヨハンセン・モデルを踏襲する。

b)企業

既に最適化結果を取り込んだコスト関数を取り上げることで、企業の最適化問題を処理する。そのためのレオンチェフ・コスト関数は以下である。

$$C_j = \alpha_{1j}P_1X_j + \alpha_{2j}P_2X_j + \alpha_{Lj}P_LX_j + \alpha_{Kj}P_KX_j \quad (2.28)$$

中間需要と要素需要はシェファードの補題を適用すると以下である。

$$X_{1j} = \alpha_{1j}X_j \quad X_{2j} = \alpha_{2j}X_j \quad L_j = \alpha_{Lj}X_j \quad K_j = \alpha_{Kj}X_j \quad (2.29)$$

限界コスト（平均コストも同じ）は、式(2.28)より得られる。

$$MC_j = \alpha_{1j}P_1 + \alpha_{2j}P_2 + \alpha_{Lj}P_L + \alpha_{Kj}P_K \quad (2.30)$$

価格は利潤極大化の成果から限界コストを反映するものとする。

$$P_j = h_j MC_j \quad (2.31)$$

また賃金率も利潤極大化から、労働生産性を反映するものとする。

$$w_j = b_j (X_j / L_j) \quad (2.32)$$

カリブレーションは上の結果を利用する。

$$h_j = P_j / MC_j \quad b_j = w_j / (X_j / L_j) = w_j L_j / X_j \quad (2.33)$$

c) ゼロ利潤

ゼロ利潤は満たさない。

d) 市場均衡

財市場の均衡は保証される。

$$X_{11} + X_{12} + X_{10} = X_1 \quad (2.34)$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{20} = X_2$$

しかし要素市場の均衡は保証されない。

$$L_1 + L_2 \neq L_S \quad (2.35)$$

生産 1 と生産 2 の個々の労働需要はコスト関数より決まるが、労働供給と等しくなる理由は存在しない。また個々の賃金率は、個々の生産の利潤極大化より決定して、共通の賃金率はない。また同様に、個々の資本需要はあるが、トータルな資本供給と異なる。

$$K_1 + K_2 \neq K_S \quad (2.36)$$

資本コストは外生変数となる。

e) 予算制約

したがって予算制約は以下となる。

$$(w_1 L_1 + w_2 L_2) + P_K (K_1 + K_2) = Y \quad (2.37)$$

f) 資源制約の付与

上では資源制約が入らないので、導入しないとモデルが発散する可能性がある。そのため以下の目標関数を導入する。

$$f_L = (L_1 - a_{L1}X_1)^2 + (L_2 - a_{L2}X_2)^2 + (L_1 + L_2 - L_S)^2 \quad (2.38)$$

コスト関数から導かれる最適要素需要を満たすべく、資源の制約も満たすよう配慮される。2つの労働需要で偏微分して以下を得る。

$$\frac{\partial f_L}{\partial L_1} = 2(L_1 - a_{L1}X_1) + 2(L_1 + L_2 - L_S) = 0 \quad (2.39)$$

$$\frac{\partial f_L}{\partial L_2} = 2(L_2 - a_{L2}X_2) + 2(L_1 + L_2 - L_S) = 0 \quad (2.40)$$

したがって労働供給制約を配慮した最適労働需要は以下となる。

$$L_1 = \frac{a_{L1}X_1 - L_2 + L_S}{2} \quad L_2 = \frac{a_{L2}X_2 - L_1 + L_S}{2} \quad (2.41)$$

同様に、資本についても目標関数を定める。

$$f_K = (K_1 - a_{K1}X_1)^2 + (K_2 - a_{K2}X_2)^2 + (K_1 + K_2 - K_S)^2 \quad (2.42)$$

最適資本需要も同様の展開を経て以下で決定される。

$$K_1 = \frac{a_{K1}X_1 - K_2 + K_S}{2} \quad K_2 = \frac{a_{K2}X_2 - K_1 + K_S}{2} \quad (2.43)$$

したがってレオンチェフモデルを以下のように入力する。

表 2.5 : レオンチェフ・モデルの入力

1 家計消費の決定式

$$c1=a10*(y/p1)$$

$$c2=a20*(y/p2)$$

' 財市場の均衡式

$$x1=x11+x12+c1$$

$$x2=x21+x22+c2$$

' 生産1に関わる中間需要と要素需要

$$x11=a11*x1$$

$$x21=a21*x1$$

$$l1= a11*x1$$

$$k1= ak1*x1$$

' 生産2に関わる中間需要と要素需要

$$x12=a12*x2$$

$$x22=a22*x2$$

$$l2=a12*x2$$

$$k2=ak2*x2$$

' 財の価格 ⁶

$$p1= h1*(a11*p1+a21*p2+a11*w1+ak1*pk)$$

$$p2= h2*(a12*p1+a22*p2+a12*w2+ak2*pk)$$

' 要素価格 (賃金率)

$$w1= b1*(x1/l1)$$

$$w2=b2*(x2/l2)$$

' 所得の定義式

⁶ 財の価格形成の括弧は、限界コストである。

$$y=(w_1 \cdot l_1 + w_2 \cdot l_2) + p_k \cdot (k_1 + k_2)$$

‘ 資源制約を付す場合、 (l_1, k_1, l_2, k_2) を以下で置き換える。

$$l_1 = 0.5 \cdot (a_{l1} \cdot x_1 - l_2 + l_s)$$

$$k_1 = 0.5 \cdot (a_{k1} \cdot x_1 - k_2 + k_s)$$

$$l_2 = 0.5 \cdot (a_{l2} \cdot x_2 - l_1 + l_s)$$

$$k_2 = 0.5 \cdot (a_{k2} \cdot x_2 - k_1 + k_s)$$

2.4 政策課題への対処

種々の政策課題について、2つのモデルの結果の違いについて言及する。

a) 移民の効果

モデルで、当初の労働制約 $l_s=4$ に、移民をいれることで制約 $l_s=5$ とする。

ヨハンセンモデルの結果

労働需要 $l_1=1.25$ (基準時は 1) 、 $l_2=3.75$ (基準時は 3) であり、その合計 $l_1+l_2=5$ となり、失業はない。賃金率 $p_l=1.077972$ (基準時は 1) は、意に反して上がっている。その理由は、分子 $(a_{l1} \cdot p_1 \cdot x_1 + a_{l2} \cdot p_2 \cdot x_2)$ の増加が、分母 l_s の増加を若干上回ることからくる。また生産 $x_1=9.146102$ (基準時は 8)、 $x_2=14.02873$ (基準時は 12) となる。

レオンチェフモデルの結果

労働需要 $l_1=1.285118$ (基準時は 1)、 $l_2=3.614896$ (基準時は 3) であり、 $l_1+l_2=4.90001$ (基準時は 4) となっている。したがって移民 1 に対して、0.9 は雇用されるが、0.1 は雇用されず失業者となる。生産 $x_1=9.481052$ (基準時は 8)、生産 $x_2=14.05964$ (基準時は 12) となる。注意すべきは、賃金率について、 $w_1=0.9221969$ (基準時は 1)、 $w_2=0.9723405$ (基準時は 1) と低下していることである。

b) 外資導入の効果

モデルでは、資本制約 $k_s=2.5$ (基準時は 2) と拡大変更している。

ヨハンセンモデルの結果

資本需要 $k_1=1.25$ (基準時は 1)、 $k_2=1.25$ (基準時は 1) となり、資本財価格 $p_k=0.9353621$ (基準時は 1) は低下している。生産 $x_1=8.746898$ (基準時は 8)、 $x_2=12.83082$ (基準時は 12) と増加する。

レオンチェフモデルの結果

資本需要 $k_1=1.199629$ (基準時は 1)、 $k_2=1.195186$ (基準時は 1) であり、その合計 $k_1+k_2=2.394815$ で、若干の遊休設備がでる。生産 $x_1=8.755557$ (基準時は 8)、 $x_2=13.08001$ (基準時は 12) と増加する。

c)資本財価格の増加

ヨハンセン・モデルでは内生変数であるが、レオンチェフ・モデルでは資本財価格は外生変数であるので、レオンチェフ・モデルで資本財価格を変化さず。 $p_k=0.7$ (基準時は 1) とする。資本需要 $k_1=1.016903$ (基準時は 1)、 $k_2=0.9940666$ (基準時は 1) であり、その合計 $k_1+k_2=2.0109696$ でほぼ資本 2 の制約は満たされている。生産 $x_1=8.222985$ (基準時は 8)、 $x_2=12.06044$ (基準時は 12) とやや増加する。

3. レオンチェフ型国際 CGE モデル

本節で国際 CGE モデルを展開するが、ヨハンセン型モデルでなく、レオンチェフ・モデルを継承する⁷。

3.1 アジア経済研究所 BRICS 国際 IO 表

アジア経済研究所開発研究センターが発行した BRICs を中心にした国際産業連関表をベースに CGE モデルを構築する⁸。対象国は、ブラジル(BRZ)、中国(CHN)、インド(IND)、日本(JPN)、EU25ヶ国(EUR)、ロシア(RUS)、米国(USA)である。簡易的に 7 部門表 (農林水産、鉱業、製造業、utility、建設、運輸通信、サービス) を利用する。表 3.1 には、ブラジルから米国の順に、7 つの国地域の 7 つの財の流れが記されている。

⁷ 同様のモデルに尹清珠(2006) があるが、CGE の系譜から言うと、第 4 の Adelman-Robinson 流の国際版とみなせる。

⁸ ダウンロードサイトは、<http://www.ide.go.jp/Japanese/Data/IO/>となる。

なおここで展開される国際経済は、製品差別化をともなう国際寡占市場である。国際市場の数は、上でみたように、農林水産からはじまりサービスに至る集計化された7つ市場であり、供給者は7国・地域となる。

3.2 モデルとカリブレーション

上の BRICs 国際 IO 表をベースに、BRICs 国際 CGE モデルを構築するが、モデルの全貌とカリブレーションについて述べる。

a) ドル表示の国際産業連関表から各国通貨表示の実質表

通常、国際産業連関表はドル名目表示で提供される。各国経済主体は、ドルで意思決定する訳ではなく、自国通貨でなされ、多くは実質表示でなされる。各国には通貨発行権があり、自国通貨の金融政策が発動され、それをベースに国内では自国通貨が流通し、外国との取引はそれを整合させるため、外国為替市場が機能している。その実体に合わせて経済分析をしようとするれば、ドル表を各国実質通貨表示の表に変換する必要がある⁹。

そのため価格の定義をおこなう。

p_i^r : 第 r 国第 i 産業の第 r 国通貨で表示された価格 (基準時を 1 とする)¹⁰

そうすると第 k 国に向かう価格は、第 k 国表示になおされる。

$p_i^{rk} = p_i^r (e^k / e^r)$: 第 r 国の第 i 産業の価格の第 k 国での表示

第 r 国第 i 産業の第 k 国での表示は幾つかの変更を受ける。

$$p_i^{rk} = (1 - s_i^r) p_i^r (e^k / e^r) (1 + \tau_i^k) r^{rk} \quad (3.1)$$

⁹ 自由貿易の貿易収支の変化をドル表示でみる分析を散見するが、それを各国通貨と為替レートの2つに分離してみる必要がある。

¹⁰ 各国統計から産業別の価格指数を採用しても構わない。

s_i^r : 第 r 国第 i 産業に付される輸出補助金率

τ_i^k : 第 k 国の第 i 製品に課される関税率

T^{rk} : 第 r 国から第 k 国への輸送コスト¹¹

各国の価格を上のように定義して、ドル名目取引表を各国通貨表示の取引表に変換する。為替レートも基準時の対ドルレートを 1 とし、輸送コストも 1 とすれば、ドル表は基本的変更を受けない。

b) Excel データを EViews データへ変換

BRICs の 2005 年のデータは Excel 形式で提供される。それを EViews の時系列データに変換するのが最初の作業である。そのため、Excel データを EViews の行列として、Cut and Paste で移行する。例えば、行列 ja_x(7×7) は、日本の生産から米国の生産への投入を表す行列である。以下は、そうして得た日本の EViews の行列データを時系列データに直すプログラムである。

表 3.2 : EViews の行列データを時系列データへ移行

```
' making intermediate input
for %h a b c e i j r
for %m 1 2 3 4 5 6 7
for %n 1 2 3 4 5 6 7
    genr j{%m}_{%h}{%n}_x=j{%h}_x({%m},{%n})
next
next
next
```

¹¹ 実際のコスト（距離と時間を考慮）と心理的コストも含める。

注：上の a、b、c、e、i、j、r の記号は、各々、米国、ブラジル、中国、eu25 ヶ国、インド、日本、ロシアを表している。中間消費以外の他の変数についても同様の手続で時系列データに変換する。

c)変換価格の作成

式(3.1)の価格を作成する。基準時の価格を 1 としている。その際、実態を反映した 1 以外の価格を採用しても構わない。以下は変換価格作成プログラムである。輸出補助金比率と関税率をゼロとしている。

表 3.3：変換価格の作成

```
' export subsidy
for %h a b c e i j r
for %m 1 2 3 4 5 6 7
scalar {%h}{%m}_s=0
next
next
' import tax
for %h a b c e i j r
for %m 1 2 3 4 5 6 7
scalar {%h}{%m}_tau=0
next
next

'  $p_i^h$  から  $p_i^{hk}$  へ

for %h a b c e i j r
for %k a b c r i j e
```

```

for %m 1 2 3 4 5 6 7
  genr  {%h}{%m}_{%k}_p=(1-{%h}{%m}_s)*{%h}{%m}_p*({%k}_ex/{%h}_ex)*(1+{%k}{%m}_tau)
next
next
next

```

d)各国実質価格表示の取引額の作成

下のプログラムは、日本の場合についてのドル名目中間取引を円表示の実質取引に変換するものである。

表3.4 : 名目中間取引を実質中間取引に変換

```

' deflating intermediate input for Japanese economy
for %h a b c e i j r
for %m 1 2 3 4 5 6 7
for %n 1 2 3 4 5 6 7
  genr j{%m}_{%h}{%n}_x=j{%m}_{%h}{%n}_x/j{%m}_{%h}_p
next
next
next

```

日本以外の他国の中間取引、また最終消費等の他取引についても同様である。

e)財別消費

簡単なコブダグラス型効用関数から以下の財別消費が得られる。第 k 国 i 財の家計消費において第 r 国からのものは以下となる。

$$cph_i^{rk} = \left(\frac{\beta_i^{rk}}{p_i^{rk}} \right) M^k = \beta_i^{rk} \left(\frac{M^k}{p_i^{rk}} \right) \quad (3.2)$$

f)一般化レオンチェフコスト関数と中間需要・要素需要

国際 CGE の第 k 国 j 産業の一般化レオンチェフ・コスト関数は以下となる。

$$C_j^k = \sum_{r1}^R \sum_{r2}^R \sum_{i1}^{N+2} \sum_{i2}^{N+2} h_{i1,i2,j}^{r1,r2,k}(X,t) \sqrt{p_{i1}^{r1,k}} \sqrt{p_{i2}^{r2,k}} \quad (3.3)$$

上で、 $h_{i1,i2,j}^{r1,r2,k}(X,t) = a_{i1,i2,j}^{r1,r2,k} X_j^k$ と具体化する。

$$C_j^k = \sum_{r1}^R \sum_{r2}^R \sum_{i1}^{N+2} \sum_{i2}^{N+2} a_{i1,i2,j}^{r1,r2,k} X_j^k \sqrt{p_{i1}^{r1,k}} \sqrt{p_{i2}^{r2,k}} \quad (3.4)$$

非対角要素を除いたアイザード型のコスト関数は、

$$C_j^k = \sum_{r=1}^R \sum_{i=1}^N p_i^{rk} x_{ij}^{rk} + w_j^k L_j^k + r^k K_j^k = \sum_{r=1}^R \sum_{i=1}^N a_{ij}^{rk} p_i^{rk} X_j^k + \beta_j^k w_j^k X_j^k + \kappa_j^k r^k X_j^k \quad (3.5)$$

とし、 $p_i^{rk} = p_{ij}^{rk}$ として、シェファードの補題から、

$$\frac{\partial C_j^k}{\partial p_{ij}^{rk}} = x_{ij}^{rk} = a_{ij}^{rk} X_j^k \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial C_j^k}{\partial w_j^k} = L_j^k = \beta_j^k X_j^k \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial C_j^k}{\partial r^k} = K_j^k = \kappa_j^k X_j^k \quad 12 \quad (3.8)$$

の要素需要を得る。以下のプログラムで投入係数の計算をする。

表 3.5 : 投入係数の計算

```
' making input coefficients for all 7 countries
for %h a b c e i j r
for %m 1 2 3 4 5 6 7
for %k a b c e i j r
for %n 1 2 3 4 5 6 7
genr zz={%h}{%m}_{%k}{%n}_x/{%k}{%n}_xx
scalar {%h}{%m}_{%k}{%n}_aij=@convert(zz)
next
next
next
next
```

アイザード型では、多国間貿易に価格が関与しないが、相対価格の関与を許せば、式(3.4)を用いて

$$\frac{\partial C_j^k}{\partial p_{ij}^{rk}} = x_{ij}^{rk} = a_{ij}^{rk} X_j^k + \sum_{r=1}^R a_{ij}^{r1,k} \sqrt{\frac{p_{ij}^{r1,k}}{p_{ij}^{rk}}} X_j^k \quad (3.9)$$

となる。式(3.9)においても全ての国を対象とせず、特定国だけの考慮で十分である。式(3.6)ないし、式(3.9)をモデル化で採用する。

¹² 実際のモデル化では、データ上資本は無視している。

g) 価格と賃金率

コスト関数(3.5)に対応した限界コストは、

$$MC_j^k = \sum_{r=1}^R \sum_{i=1}^N a_{ij}^{hk} p_i^{rk} + \beta_j^k w_j^k + \kappa_j^k r^k \quad (3.10)$$

となる。補論 1 から価格の定式化は 2 つの可能性があり、単純なコストの積み上げと、需要側面を考慮した形の 2 つを取り上げる。

$$p_j^k = h_j^k MC_j^k \quad (3.11a)$$

$$p_j^k = -h_j^{k1} \left(\frac{1}{X_j^{kD}} \right) + h_j^{k1} \left(\frac{MC_j^k}{X_j^{kD}} \right) \quad (3.11b)$$

賃金率は、補論 2 を参考に、利潤極大化より労働生産性からプラスの影響を受けるのは明らかなので、以下のような定式化をとる。

$$w_j^k = b_j^k \left(\frac{X_j^k}{L_j} \right) \quad (3.12)$$

h) 市場均衡

財市場の均衡

$$X_i^r = \sum_k \sum_j x_{ij}^{rk} + \sum_k (cph_i^{rk} + cg_i^{rk} + if_i^{rk} + inv_i^{rk}) + o_i^r + q_i^r \quad (3.13)$$

cg_i^{rk} : 第 r 国の第 i 商品の第 k 国の政府消費への流れ

if_i^{rk} : 第 r 国の第 i 商品の第 k 国の資本形成への流れ

inv_i^{rk} : 第 r 国の第 i 商品の第 k 国の在庫投資への流れ

o_i^r : 第 r 国の第 i 商品の当該 7 ヶ国以外への流れ

q_i^r : 第 r 国の第 i 商品の統計的不突合

要素市場の均衡

労働市場や資本市場の均衡なし

i) 予算制約

$$M^k = \sum_{j=1}^N w_j^k L_j^k \quad (3.14)$$

為替レートは外生変数だが、時系列データから推定されたものを採用することもできる。

4. シミュレーション

各種のシミュレーションを挙げる前に、モデルやカリブレーションが適切であるか否かを最初に検討する。計量経済モデルでの final test に相当する。EViews 画面においてモデルの object を開くと、上段のプルダウンメニューに、scenarios というコマンドがあるので、それを押すと、actuals、baseline、scenario1 と既定項目が並んでいる。baseline が final test に相当し、solve すれば final test の結果が、現実値 x に対して、 x_0 に入れられる。同様に、scenario1 は結果は x_1 という具合である。 x_a などというように変えたい場合は、右の aliasing で変更する。final test は現実値とほぼ一致するので、

以下のシナリオ分析に検討する。

a)日米間の産業内貿易の実態

産業内貿易の程度を示す指数であるグルーベル・ロイド指数がある。グルーベル・ロイド指数は、「1－（輸出－輸入）／（輸出＋輸入）」で定義され、0～1の値を取り、値が1に近いほど産業内貿易が多いことを示す¹³。代表的に、産業1（農林水産業）、産業3（製造業）、産業7（サービス業）をとりあげる。第1行に、baselineの結果が示されている。

表4.1：産業内貿易指数と家計効用

	産業1	産業3	産業7	日本家計効用	米国家計効用
Baseline	0.05435169971999165	0.5956108684010356	0.2035727529634413	143857.5535481625	25831183.37312629
円安効果	0.04890028629941523	0.621268258272293	0.1906347610186634	144064.927968209	25824374.68977595
価格弾力性	0.0543503392918886	0.5954638929086789	0.2035485061255588	143858.4710899554	25831187.06932949
輸出補助金	0.05511504493356135	0.5956111093761742	0.203572622806911	143857.6147108314	25831183.37312658
関税	0.05442893200812693	0.5956136095042608	0.2035716443094708	143857.5535384227	25831164.89210784

日米の家計効用は、日米以外の消費は変化しないので日米の消費のみを取り上げている。

$$U^j = \sum_r \sum_{i=1}^7 (cph_i^{rj})^{b_i^{rj}} \quad U^a = \sum_r \sum_{i=1}^7 (cph_i^{ra})^{b_i^{ra}} \quad (4.1)$$

計算された結果は表4.1に纏められている。

¹³ 分子の貿易収支はマイナスを避けるため絶対値をとる。また、例えば、日本から米国への第*i*商品の輸出は、中間需要と家計消費を含めて $\exp_i^{ja} = \sum_{j=1}^7 x_{ij}^{ja} + cph_i^{ja}$ と定義している。

b)円安効果

円安効果、すなわち基準年度を1として、j_ex=1.2とした結果を示す。現実には、アベノミックスで為替レートが当初の100円が、円安120円になった時を想定している。モデルでは日米間貿易に相対価格を導入している。相対価格を考慮する場合、例えば、日本の生産3（製造業）製品の米国への生産2への投入で、

$$x_{32}^{ja} = (0.8a_{32}^{ja})X_2^a + (0.2a_{32}^{ja})\sqrt{\frac{p_3^{aa}}{p_3^{ja}}}X_2^a \quad (4.2)$$

などと仮定する。また同時に中国との競争をも考慮する場合には、

$$x_{32}^{ja} = (0.8a_{32}^{ja})X_2^a + (0.1a_{32}^{ja})\sqrt{\frac{p_3^{aa}}{p_3^{ja}}}X_2^a + (0.1a_{32}^{ja})\sqrt{\frac{p_3^{ca}}{p_3^{ja}}}X_2^a \quad (4.3)$$

となる¹⁴。基準年度では価格が1なので、

$$x_{32}^{ja} = (0.8a_{32}^{ja})X_2^a + (0.2a_{32}^{ja})\sqrt{\frac{p_3^{aa}}{p_3^{ja}}}X_2^a = (0.8a_{32}^{ja})X_2^a + (0.2a_{32}^{ja})X_2^a = a_{32}^{ja}X_2^a \quad (4.4)$$

となり、シナリオ分析で価格が1以外の値をとる場合には、相対価格の効果が発揮される。家計消費と中間消費での相対価格効果が混在している¹⁵。（表4.1参照）結果は家計消費への効果が大きい。円安により円表示の日本から米国への輸出は増加し、ドル表示の米国から日本への輸出は減少するが、円表示に直した米国から日本への輸出は増加する。その結果、円安による円表示の日本から米国への純輸出は減少するという結果を招く。それが事実と反するとすれば、脚注14でも述べたように、所得効果と相対価格効果の見積もりに誤りがあることを意味している。結果として日本の家計効用は増加し、米国のそれは減少する。

¹⁴ 多数期間のデータが利用可能なら、各係数も異なるものとして計量経済学的推定が可能となる。

¹⁵ シミュレーションでは、日米の製造業だけに相対価格効果を導入した。また所得効果と相対価格の効果の割合は、恣意的に8対2の割合で設定した。それが妥当か否かは多期間のデータを用いた計量経済分析の結果が必要であろう。

c)産業内貿易の国際競争—主観的価格弾力性の変化—

製品差別化された国際市場で、価格決定にはdemandプル型を加味した方式を採用し（補論1参照）、その中の日本の製造業の主観的価格弾力性 β_3^j を変化させる。すなわち、価格決定式

$$\begin{aligned} p_3^j &= \tilde{c}_3^j + \frac{1}{c_3^{j(p1)}} - \frac{\beta_3^j}{c_3^{j(p1)}} \times \left(\frac{1}{X_3^{jD}} \right) + \frac{\beta_3^j}{c_3^{j(p1)}} \times \frac{MC_3^j}{X_3^{jD}} \\ &= \tilde{c}_3^j + \frac{1}{c_3^{j(p1)}} - \frac{\beta_3^j}{c_3^{j(p1)}} \frac{(1 - MC_3^j)}{X_3^{jD}} \end{aligned} \quad (4.5)$$

において、主観的価格弾力性 β_3^j を変更する。理論式でも明らかのように、増加させると価格 p_3^j が低下する。つまり競争が激化すると主観的に判断すると、当該価格を低下させる行動をとる。日本製造業の雇用や生産にもプラスに影響するが、基本的に線形システムなので、両者の比率である労働生産性に影響せず、したがって賃金率には影響しない。国際市場競争が価格の低下を招くが、賃金率の低下を招くようにはならない。賃金率に影響するためには、規模の経済の存在が必要であろうが、それを表現するためには本稿のようなCGEでは可能でなく、パラメータを多数もつ本格的な計量経済システムが必要となろう。また日本の製造業価格低下は日本製造業に由来する米国への輸入価格 p_3^{ja} も低下を招き、米国の製造業価格 p_3^a も低下する。ただ日本と同じように米国の賃金率には影響しない。日米ともに僅かに家計効用は増加する。

d)輸出補助金効果

日本の農林水産業の補助金 $s_1^j = 0.05$ と引き上げると仮定する。日本の農林水産物の米国向け価格は低下する。結果として日本の農林水産の生産は増加する。表4.1より産業内貿易指数は何もしないより若干増加する。日本の家計効用は僅かに増加

する。

e)関税の効果

日本の農林水産業の関税率 $\tau_1^j = 0.05$ と引き上げると仮定する。当然、米国への農林水産物の日本輸入価格が引き上げられ、日本の家計消費の米国の貢献分は低下する。表4.1より産業内貿易指数は何もしないより若干増加する。米国の家計効用は減少する。

5. 結び

本稿の主眼は、一般に流布している CGE モデルに対して、モデル面と維持管理するソフト面で新たな機軸を示すことにある。それによって多くの人々が CGE 分析を身近に感じ、借り物ではなく自身の信奉するモデルの展開をすることを望むものである¹⁶。国際経済に関するグローバリゼーションの光と影の部分を、モデル分析を通して明確化することが可能となる。

参考文献

- 01) Dixon, P.B., B.R. Parmenter, A.A. Powell and P.J. Wilcoxon, 1992, Notes and Problems in Applied General Equilibrium Economics, North-Holland.
- 02) Doeringer, P. and M. Piore, 1971, Internal Labor Markets and Manpower Analysis. Lexington, Mass. D.C. Heath and Company.
- 03) Essama-Nssah, B., 2004, Building and Running General Equilibrium Models in EViews, World Bank Policy Research Working Paper 3197.
- 04) Johansen, L., 1960, A Multisectoral Study of Economic Growth, North-Holland.
- 05) Lofgren, H., R.E. Harris and S. Robinson, 2002, A Standard Computable General Equilibrium (CGE) Model in GAMS, International Food Policy Research Institute (IFPRI).
- 06) Negishi, T., 1961, "Monopolistic Competition and General Equilibrium", The Review of Economic

¹⁶ 本稿で不明な点、質問等は、hkosaka@sfc.keio.ac.jp まで連絡されたい。

Studies, Vol.28, No.3, pp.196-201.

07) Shove, J.B., and J. Whalley, 1992, Applying General Equilibrium, Cambridge University Press.

08) 尹清珠, 2006, 北東アジア国際連結 CGE モデルの構造とシミュレーション, 産業連関, 第 14 巻第 3 号, 20-32 頁。

補論 1：価格の決定

価格と賃金率の決定は何れも利潤極大化からなされる。最初に価格決定について論じよう。最大化される利潤は単純な利潤と異なる。

$$\max_{p_j^k} \tilde{\pi}_j^{k(p)} = \max_{p_j^k} \left\{ -\frac{1}{2} c_j^{k(p1)} (p_j^k - c_j^{k(p2)} p_{j,-1}^k - \tilde{c}_j^k)^2 + \frac{1}{X_j^{k*}} (p_j^k X_j^{kD} - C_j^k) \right\}. \quad (1)$$

X_j^{k*} : 生産の正常水準 ただし $\partial X_j^{k*} / \partial p_j^k = 0$

拡張された利潤の 2 次項は価格の急激な変化を避けるような行動を表現していて、後半が利潤を表現している。ここで価格について最大化すると、その最大化条件は以下となる。ただし $\partial w_j / \partial p_j = 0$ としている。

$$\frac{\partial \tilde{\pi}_j^{k(p)}}{\partial p_j^k} = -c_j^{k(p1)} (p_j^k - c_j^{k(p2)} p_{j,-1}^k - \tilde{c}_j^k) + \frac{1}{X_j^{k*}} \left(p_j^k \frac{\partial X_j^{kD}}{\partial p_j^k} + X_j^{kD} - MC_j^k \frac{\partial X_j^{kS}}{\partial p_j^k} \right) = 0 \quad (2)$$

価格について整理すると以下。

$$p_j^k = \tilde{c}_j^k + c_j^{k(p2)} p_{j,-1}^k + \frac{1}{c_j^{k(p1)}} \times \left(\frac{1}{X_j^{k*}} \right) \times \left(X_j^{kD} + p_j^k \frac{\partial X_j^{kD}}{\partial p_j^k} - MC_j^k \frac{\partial X_j^{kS}}{\partial X_j^{kD}} \frac{\partial X_j^{kD}}{\partial p_j^k} \right) \quad (3)$$

コストプッシュ型価格決定

ここで上式の X_j^D について需要側の議論を生産側に持ち込まず、T.Negishi(1961)の主観的需要関数 (perceived demand function) を採用し、弾力性 $\partial X_j^D / \partial p_j = \hat{U}_{r_j} \times (X_j^D / p_j)$ の形で表現する。さらに、 $\partial X_j^S / \partial X_j^D = \delta_j p_j (\delta_j > 0)$ とする。2つの関係を(3)に代入して以下を得る。

$$p_j^k = \tilde{c}_j^k + c_j^{k(p2)} p_{j,-1}^k + \frac{1}{c_j^{k(p1)}} \times \left(\frac{1}{X_j^{k*}} \right) \times (X_j^{kD} - \beta_j^k X_j^{kD} + \beta_j^k \delta_j^k MC_j^k X_j^{kD}) \quad (4)$$

最後に、 $X_j^{k*} = X_j^{kD}$ とする。

$$p_j^k = \tilde{c}_j^k + \frac{1 - \beta_j^k}{c_j^{k(p1)}} + c_j^{k(p2)} p_{j,-1}^k + \frac{\beta_j^k \delta_j^k}{c_j^{k(p1)}} MC_j^k \quad (5)$$

注意すべきは、主観的価格弾力性 β_j^k で、その値が高い、つまりは当該企業が競争が激しいと判断する時、 $(1 - \beta_j^k) / c_j^{k(p1)}$ より価格は低下する。推計の時、サンプル期間で固定的であるとするよりも、カルマン・フィルターを使用して時変とする方がよいかも知れない。未知パラメータ $(\tilde{c}_j, c_j^{p1}, c_j^{p2}, \beta_j, \delta_j)$ は、(5)に回帰分析しても決まらない。しかし2つのパラメータに制約を付すと、全てのパラメータが決定する。限界コストの増大は価格を上昇せしめ、また規模の経済 $SE_j (SE_j = AC_j / MC_j)$ の増大は価格を増加させる。

コストプッシュ型／ダイヤモンドプル型価格決定

上の定式化はコストプッシュ型価格決定であり、ダイヤモンドプル型決定をも合わせて考慮した定式化が必要である。それについては以下のように仮定を入れ替える。T.Negishi(1961)の主観的需要関数を、 $\partial X_j^D / \partial p_j = \hat{U}_{r_j} (1/p_j)$ の形で表現し、

$\partial X_j^S / \partial X_j^D = \delta_j p_j (\delta_j > 0)$ とする。

$$\begin{aligned}
 p_j^k &= \tilde{c}_j^k + c_j^{k(p2)} p_{j,-1}^k + \frac{1}{c_j^{k(p1)}} \times \left(\frac{1}{X_j^{k*}} \right) \times \left(X_j^{kD} + p_j^k \frac{\partial X_j^{kD}}{\partial p_j^k} - MC_j^k \frac{\partial X_j^{kS}}{\partial X_j^{kD}} \frac{\partial X_j^{kD}}{\partial p_j^k} \right) \\
 &= \tilde{c}_j^k + c_j^{k(p2)} p_{j,-1}^k + \frac{1}{c_j^{k(p1)}} \times \left(\frac{X_j^{kD}}{X_j^{k*}} \right) + \frac{1}{c_j^{k(p1)}} \times \left(\frac{p_j^k}{X_j^{kD}} \right) \times (1 - \delta_j^k MC_j^k) \frac{\partial X_j^{kD}}{\partial p_j^k} \\
 &= \tilde{c}_j^k + c_j^{k(p2)} p_{j,-1}^k + \frac{1}{c_j^{k(p1)}} \times \left(\frac{X_j^{kD}}{X_j^{k*}} \right) - \frac{1}{c_j^{k(p1)}} \times \left(\frac{1}{X_j^{k*}} \right) \times \beta_j^k (1 - \delta_j^k MC_j^k) \\
 &= \tilde{c}_j^k + c_j^{k(p2)} p_{j,-1}^k + \frac{1}{c_j^{k(p1)}} - \frac{1}{c_j^{k(p1)}} \times \left(\frac{1}{X_j^{k*}} \right) \times \beta_j^k (1 - \delta_j^k MC_j^k) \\
 &= \tilde{c}_j^k + \frac{1}{c_j^{k(p1)}} + c_j^{k(p2)} p_{j,-1}^k - \frac{\beta_j^k}{c_j^{k(p1)}} \times \left(\frac{1}{X_j^D} \right) + \frac{\beta_j^k \delta_j^k}{c_j^{k(p1)}} \times \frac{MC_j^k}{X_j^D} \tag{6}
 \end{aligned}$$

第3項より需要 X_j^D が高まると物価が上がり、第4項より単位限界コスト MC_j^k / X_j^D が上がると物価が上がることになる。

補論 2：賃金率の決定

次に賃金率決定の定式化を示す。P.Doeringer and M.Piore(1971)は内部労働市場を最初に提示したと言われるが、企業に雇われている人達の新たな雇用 L_j やその賃金率 w_j は内部労働市場の意思決定の結果であろう¹⁷。すなわち当該企業が内部労働市場を通して雇用や賃金率を決する¹⁸。賃金率は生計費をなす、したがって賃金率決定に最低賃金率や物価への配慮がなされる。加えて賃金は労働への対価であるから、利潤極大化への配慮も同時になされる。したがってここで生計費への配慮を次のような 2 次損失の形で提示する。

$$-\frac{1}{2}c_j^{k(w1)}(w_j^k - c_j^{k(w2)}p_c^k - c_j^{k(w3)})^2 \quad (1)$$

c_j^{w3} : 最低賃金率 p_c : 消費者物価

$$p_c = \sum_{l=1}^N \theta_l^{cp} p_l \quad (2)$$

$\bar{c}p_l^H$: consumer expenditure of household for l-th product at base year

¹⁷ 内部労働市場は部門に個別的であるが、外部労働市場といえば国民経済全体を問題とする。それは重要な需給要因としての失業率は部門毎に定義するのは適当でなく、把握することも困難だが、国民経済全体では的確に把握可能である。しかし移民が常態化しているグローバル化しているような国民経済で、どの程度の失業があるかの把握は困難化しつつある。北アフリカからの移民が多いフランス経済や EU の経済をみれば明らか。

¹⁸ 外部労働市場を重視する立場では、労働市場需給要因として失業率を重視する。賃金率の決定に失業率が重要という。そのような立場でも失業率の代わりに、労働生産性はやはり重要な役割を果たす。すなわち失業率の変化は雇用の変化に結び付き、それが時間的経過を経て生産に変化を来すからである。それはとりも直さず、労働生産性の変化を招来するから失業率は労働生産性により代置することが可能である。それは当期以外にも時間遅れの可能性も含む。

$$\theta_i^{cp} = \frac{\overline{cp}_i^H}{\overline{cp}^{HT}} \quad \overline{cp}^{HT} = \sum_{l=1}^N \overline{cp}_l^H$$

したがって賃金率決定の拡張利潤は、価格決定のそれと異なり以下となる。

$$\max_{w_j^k} \tilde{\pi}_j^{k(w)} = \max_{w_j^k} \left\{ -\frac{1}{2} c_j^{k(w1)} (w_j^k - c_j^{k(w2)} p_j^k - c_j^{k(w3)})^2 + \frac{1}{X_j^{k*}} (p_j^k X_j^{kD} - C_j^k) \right\} \quad (3)$$

ケース 1: $\partial p_j^k / \partial w_j^k = 0$

最適化の一次条件は以下となる。

$$\frac{\partial \tilde{\pi}_j^{k(w)}}{\partial w_j^k} = -c_j^{k(w1)} (w_j^k - c_j^{k(w2)} p_c^k - c_j^{k(w3)}) - \frac{1}{X_j^{k*}} \frac{\partial C_j^k}{\partial w_j^k} = 0 \quad (4)$$

さてここで価格決定の時と同様、 $X_j^{k*} = X_j^k$ とすると以下を得る。

$$w_j^k = c_j^{k(w3)} + c_j^{k(w2)} p_c^k - \frac{1}{c_j^{k(w1)}} \frac{1}{(X_j^k / L_j^k)} \quad (5)$$

賃金率は、最低賃金率、消費者物価、労働生産性に依存して決定する。したがって最低賃金率の上昇、消費者物価の上昇、労働生産性の上昇は賃金率の上昇を招来する。

ケース 2: $\partial p_j^k / \partial w_j^k = \lambda_j^k (\lambda_j^k > 0)$

Scheme 1

T.Negishi(1961)の主観的需要関数 $\partial X_j^{kD} / \partial p_j^k = -\beta_j^{kw} (X_j^{kD} / p_j^k) (0 \leq \beta_j^{kw} \leq 1)$ と $\partial X_j^{k*} / \partial w_j^k = 0$ を仮定する。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\pi}_j^{k(w)}}{\partial w_j^k} &= -c_j^{k(w1)} (w_j^k - c_j^{k(w2)} p_c^k - \tilde{c}_j^{kw}) + \frac{1}{X_j^{k*}} \frac{\partial p_j^k}{\partial w_j^k} \left(X_j^{kD} + p_j^k \frac{\partial X_j^{kD}}{\partial p_j^k} \right) - \frac{1}{X_j^{k*}} \frac{\partial C_j^k}{\partial w_j^k} \\ &= -c_j^{k(w1)} (w_j^k - c_j^{k(w2)} p_c^k - \tilde{c}_j^{kw}) + \frac{\lambda_j^k}{X_j^{k*}} (X_j^{kD} - \beta_j^{kw} X_j^{kD}) - \frac{L_j^k}{X_j^{k*}} = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

前と同じように $X_j^{k*} = X_j^k$ とおく。

$$w_j^k = \left(\tilde{c}_j^{kw} + \frac{\lambda_j^k}{c_j^{k(w1)}} (1 - \beta_j^{kw}) \right) + c_j^{k(w2)} p_c^k - \frac{1}{c_j^{k(w1)}} \frac{1}{(X_j^k / L_j^k)} \quad (7)$$

Scheme 2

主観的需要関数を代替的に $\partial X_j^{kD} / \partial p_j^k = -\beta_j^{kw} X_j^{kD}$ と $\partial X_j^{k*} / \partial w_j^k = 0$ を仮定する。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\pi}_j^{k(w)}}{\partial w_j^k} &= -c_j^{k(w1)} (w_j^k - c_j^{k(w2)} p_c^k - \tilde{c}_j^{kw}) + \frac{1}{X_j^{k*}} \frac{\partial p_j^k}{\partial w_j^k} \left(X_j^{kD} + p_j^k \frac{\partial X_j^{kD}}{\partial p_j^k} \right) - \frac{1}{X_j^{k*}} \frac{\partial C_j^k}{\partial w_j^k} \\ &= -c_j^{k(w1)} (w_j^k - c_j^{k(w2)} p_c^k - \tilde{c}_j^{kw}) + \frac{\lambda_j^k}{X_j^{k*}} (X_j^{kD} - \beta_j^{kw} p_j^k X_j^{kD}) - \frac{1}{X_j^{k*}} L_j^k \end{aligned} \quad (8)$$

したがって賃金率は以下のように整理される。

$$w_j^k = \tilde{c}_j^{k(w)} + c_j^{k(w2)} p_c^k + \frac{\lambda_j^k X_j^k}{c_j^{k(w1)} X_j^{k*}} \left(1 - \beta_j^{kw} p_j^k \right) - \frac{1}{c_j^{k(w1)}} \frac{1}{(X_j^{k*}/L_j^k)} \quad (9)$$

再び $X_j^{k*} = X_j^k$ と置くと、賃金率決定式は以下となる。

$$w_j^k = \left(\tilde{c}_j^{k(w)} + \frac{\lambda_j^k}{c_j^{k(w1)}} \right) + c_j^{k(w2)} p_c^k - \frac{\beta_j^{kw} \lambda_j^k}{c_j^{k(w1)}} p_j^k - \frac{1}{c_j^{k(w1)}} \frac{1}{(X_j^k/L_j^k)} \quad (10)$$

当該価格 p_j には注意が必要である。 $\beta_j^w \lambda_j^k > 0$ であるから符号はマイナスとなる。当該価格が上がると賃金率は低下するという受け入れ難い結果となる。また仮に $\lambda_j < 0$ とすると $\beta_j^w \lambda_j^k < 0$ であり、プラスの符号が得られるが、憶測変動した内容と実際の結果が異なるという矛盾した結果を得る。何れにしろ scheme2 は受け入れ難い。以上より賃金率は内部労働市場で決まるので、外部労働市場の失業率は賃金率に直接的には影響しない。