SFC ディスカッションペーパー
SFC-DP 2015-001

多国間多部門システムの財別消費：理論と実証

小坂弘行（総合政策学部名誉教授）

hkosaka@sfc.keio.ac.jp

2015 年 5 月

多国間多部門システムの財別消費：理論と実証

小坂弘行
総合政策学部名誉教授
〒252-8520 藤沢市遠藤 5322
TEL: 0466-47-5111
E-mail: hkosaka@sfc.keio.ac.jp

要約
本稿の目的は、家計の財別消費に関する理論をサーベイし、ダブル LES の考えを提示し、それを多国間多部門システムの財別消費に適用することにある。その妥当性を検証するため、代表的な多国間多部門表であるオランダ・フロニンゲン大学作成の WIOD(World Input Output Database)へ、日米中の 3 国の 5 部門に集計された財別消費データに当てはめ、ほぼ満足のゆく結果を得たので、ここに報告する次第である。

1. はじめに

財別消費の説明には従来より AIDS(Almost Ideal Demand System)が頻繁に使用されるが、財別の個別の消費関数に共通のパラメータが登場することにより、推定上で困難を引き起こすことが知られている。それに対してそこで使われる合成財価格にストーンの価格指数を使用する所謂 LAIDS(Linealised AIDS)が屡々使われてきている。ここでは AIDS の推定に纏わる問題を回避するため、よく知られているクライン・ルービンの線形支出体系(Linear Expenditure System,LES)を省み、それを階層的に使用することにより、複雑な多国間多部門システムの財別消費の説明に資すことにする。

2. 費目別消費の経済理論：先行研究のサーベイ

本節は、マクロ経済においては、5 大費目別や 10 大費目別消費等、マクロの消費を幾つかの費目別に分けて、それらの消費の説明を意図すると同時に、多部門経済において、直接の財別消費の問題を念頭においている。

2.1 費目別消費の誘導

いま $q_1, q_2, \ldots q_n$ の n 財から効用を得る消費者を考える。すなわち効用関数として

$$u = u(q_1, q_2, \ldots q_n) \tag{2.1}$$

を考える。可処分所得を M としてその可処分所得がすべて消費に回されるとすると、各財の価格 $p_1, p_2, \ldots p_n$ をとすれば、

$$M = \sum_{i=1}^{n} p_i q_i \tag{2.2}$$

なる収支均衡式が常に成立する[1]。消費者は収支均衡式を満たしつつ効用を最大化させるように各財の消費量を決定することを考えるとする、すなわち

$$\begin{cases} \max \quad u = u(q_1, q_2, \ldots q_n) \\ s.t. \quad M = \sum_{i=1}^{n} p_i q_i \end{cases}$$

を解くことになる。ここでラグランジュ関数

$$L = u + \lambda(M - \sum_{i=1}^{n} p_i q_i) \tag{2.3}$$

について極大の必要条件はよく知られているように

[1] 将来消費（貯蓄）も新たな消費としても構わない。

$$\frac{\partial L}{\partial q_i}=0 \qquad (i=1,\cdots\cdots,n)$$

であるから、結局

$$\frac{\partial u}{\partial q_i}-\lambda p_i=0 \quad \text{すなわち} \quad \left(\frac{\partial u}{\partial q_i}\right)/\,p_i=\lambda \tag{2.4}$$

が要請される。(2.4)式は一般に貨幣の限界効用均等法則として知られる事実である。(2.4)式から $j\neq i$ なる任意の j について、q_j を q_i について解き(2.2)式の予算制約式に代入すると、

$$M=M(q_i,p_1,p_2,\cdots,p_n) \qquad i=1,2,..,n \tag{2.5}$$

となり、これを q_i について解くと第 i 財の需要関数

$$q_i=q_i(M,p_1,p_2,\cdots,p_n) \tag{2.6}$$

を得る。

具体的な効用関数を与えよう。まずヨハンセンの加法的効用は以下である。

<u>ヨハンセンの加法的効用</u>

$$u=\sum_{i=1}^{n}\frac{\beta_i}{\alpha_i}\left[\left(\frac{q_i-\gamma_i}{\beta_i}\right)^{\alpha_i}-1\right] \tag{2.7}$$

$$\alpha_i<1;\beta_i>0;\gamma_i<q_i$$

その時の限界効用は、

$$\frac{\partial u}{\partial q_i}=\left(\frac{q_i-\gamma_i}{\beta_i}\right)^{\alpha_i-1} \tag{2.8}$$

となり、限界効用が財 i 以外に依存しないので、「効用独立型」と言う。上の限界効用を最適化条件(2.4)にいれると以下の財別需要関数となる。

$$q_i=\gamma_i+\beta_i(\lambda p_i)^{\frac{1}{\alpha_i-1}} \tag{2.9}$$

<u>Stone-Geary（Klein-Rubin)</u>

効用が、

$$u=\sum_{i=1}^{n}\beta_i\log(q_i-\gamma_i) \qquad \alpha_i=0;\sum_{i=1}^{n}\beta_i=1 \tag{2.10}$$

の時、Klein-Rubin 型とも言われる。(2.9)に $\alpha_i=0$ を入れ、(2.2)の予算均衡式を

利用して、λ を消去すると以下を得る。

$$p_i q_i = p_i \gamma_i + \beta_i \left(M - \sum_{j=1}^{n} p_j \gamma_j \right) \tag{2.11a}$$

あるいは

$$q_i = \gamma_i + \frac{\beta_i}{p_i} \left(M - \sum_{j=1}^{n} \gamma_j p_j \right) \tag{2.11b}$$

としてもよい。これは n 個の価格と所得の線形結合なので、Linear Expenditure System(LES)と言う。(2.11b)において γ_i は調整前の基準的消費水準、第 2 項は総合的基準水準からの修正項、調整項を表している。

<u>Constant Elasticity of Substitution Demand System</u>

(2.9)に、$\alpha_i = \alpha; \gamma_i = 0$ を代入し、(2 .2)の予算制約を使用して、λ を消去して以下を得る[2]。

$$q_i = \beta_i \left[\frac{p_i}{P} \right]^{\frac{1}{\alpha - 1}} \left(\frac{M}{P} \right) \qquad P^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} = \sum_{k=1}^{n} \beta_k p_k^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} \tag{2.12}$$

推定上で P が複雑になり厄介であるので、薦められない。

<u>Cobb-Douglas Demand System</u>

(2.9)に、$\alpha_i = 0; \gamma_i = 0$ を代入し、(2 .2)の予算制約を使用して、λ を消去して以下を得る。

$$q_i = \left(\frac{\beta_i}{p_i} \right) M \quad \text{or} \quad p_i q_i = \beta_i M \tag{2.13}$$

重要な点は、需要が他の価格に依存しないことで、単純すぎてこのままでは薦められない。

<u>**効用独立性**</u>

効用が以下のように書ける時、効用独立性があるという。

$$u = \sum_{i=1}^{n} u_i(q_i) \tag{2.14}$$

---

2 $\log\{q_i (P/M)\} = \log \beta_i + \frac{1}{\alpha - 1} \log[p_i / P]$ を推定する。

この時、財iの限界効用は他の財の消費から独立になる。ヨハンセンの効用はこの特殊例となっている。

2.2 間接効用関数と費目別消費－ロイの定理－

n個の需要システム(2.6)を

$$q = q(M, p) \tag{2.15}$$

$$p = [p_i]; q = [q_i]$$

とする。これを(2.1)の効用に代入すると、以下のようになる。

$$u = u[q(M, p)] = u_I(M, p) \tag{2.16}$$

これは「間接効用関数」と言われる。最適な需要が代入されている形となる。

Klein-Rubin 型の効用関数の場合には間接効用は以下の表現となる。

$$u_I(M, p) = k + \log\left(M - \sum_{i=1}^{n} p_i \gamma_i\right) - \sum_{i=1}^{n} \beta_i \log p_i \tag{2.17}$$

$$k = \sum_i \beta_i \log \beta_i$$

この時、

$$\frac{\partial u_I}{\partial M} = \lambda \qquad \frac{\partial u_I}{\partial p_i} = -\lambda q_i \tag{2.18}$$

となっている。λは(2.4)から来ている。λを消すと以下。

$$q_i = -\frac{\partial u_I / \partial p_i}{\partial u_I / \partial M} \tag{2.19}$$

これを Roy の定理という。Roy の定理は、「間接効用関数を与えれば、(2.19)から需要関数を導ける」ことを示す。

L.R.Christensen,D.W.Jorgenson and L.J.Lau(1973)は、この方法を使ってトランスログ型間接効用関数を提示した。

$$u_I(M, p) = \sum_{i=1}^{n} \beta_i \log \frac{p_i}{M} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \beta_{ij} \log \frac{p_i}{M} \log \frac{p_j}{M} \tag{2.20}$$

(2.20)に対して(2.19)を適用すれば、以下の需要関数(シェアの比率で表示)を得る。

$$w_i = \frac{p_i q_i}{M} = \frac{\beta_i + \sum_{j=1}^{n} \beta_{ij} \log \frac{p_j}{M}}{\sum_{k=1}^{n} \beta_k + \sum_{k=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \beta_{kj} \log \frac{p_j}{M}} \tag{2.21}$$

この定式化においては、推定するパラメータが多すぎるので実用的でない。

2.3 支出関数と費目別消費

消費者の予算制約下の効用最大化(Primal 問題)の相対問題(Dual 問題)は、ある特定レベルの効用を実現するのに必要な「最小の支出」を意味(価格は given)している。

<u>Primal</u>

$$\begin{cases} \max_{q_1,..,q_n} \quad u = u(q_1, q_2, \ldots q_n) \\ s.t. \quad M = \sum_{i=1}^{n} p_i q_i \end{cases} \tag{2.22}$$

<u>Dual</u>

$$\begin{cases} \min_{q_1,..,q_n} \quad M = \sum_{i=1}^{n} p_i q_i \\ s.t. \quad u = u(q_1, q_2, \ldots q_n) \end{cases} \tag{2.23}$$

重要な点は 2 つの問題は同じ最適な財の量を与えることである。生産においてコスト関数を与えて、対応する価格でコスト関数を偏微分すると投入財の最適な需要がでてくる(シェファードの補題)のと同じように、支出関数が与えられれば、対応する価格で偏微分すると最適な消費財の需要が得られる。その時の生産のコスト関数に相当するものは、特定の効用を与えて予算の費用を最小化したもので、最小化するように決められた財の最適な需要を予算に代入したもので、「支出関数」と呼ばれる。生産のコスト関数と消費の支出関数の形は、全く同じものを想定してかまわない。

<u>間接効用関数と支出関数</u>

支出関数は、間接効用関数を所得 M について解いたものとも解釈できる。生産のコスト関数においては、生産はデータが存在して既知であり、要素需要関数の推定を通してパラメータが知られるので、間接的にコスト関数の値は明らかとなる。しかし消費の効用関数は未知であり、費目別消費の推定を通してパラメータが明らかにされ、間接的に効用関数の値が明らかにされる。支出関数を効用で偏微分したものは、限界支出関数と言う。支出関数を効用で割り、平均支出関数とし、限界支出関数で割ると、消費の規模の経済が得られる。

例えば、Klein-Rubin 型の効用関数(2.17)に対応する支出関数 $W(u,p)$ は以下となる。

$$W(u,p) = \sum_{i=1}^{n} p_i \gamma_i + e^{u-k} \prod_{i=1}^{n} p_i^{\beta_i} \tag{2.24}$$

支出関数は重要な性質を持つ。

$$\frac{\partial W}{\partial p_i} = q_i \qquad i=1,..,n \tag{2.25}$$

これを「シェファードの補題」という。したがって需要関数を導く第 3 の道は、支出関数から対応する価格で偏微分して得るものである。これを利用することで需要関数が導けるので、Deaton&Muellbauer(1980)は、次の一般的な支出関数を提示した[3]。

$$W(u, p) = e^{a(p)+ub(p)} \tag{2.26}$$

$$a(p) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \log p_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \gamma_{ij} \log p_i \log p_j \tag{2.27}$$

$$b(p) = \beta_0 \prod_{i=1}^{n} p_i^{\beta_i} \tag{2.28}$$

シェファードの補題(2.25)を、(2.26)に適用すれば、以下の需要関数(比率表示)が得られる。

$$w_i = \alpha_i + \beta_i \log \frac{M}{P} + \sum_{i=1}^{n} \gamma_{ij} \log p_j \tag{2.29}$$

$$\log P = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \log p_i + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \gamma_{ij} \log p_i \log p_j \tag{2.30}$$

彼らは(2.29)の需要関数を Almost Ideal Demand System と言い、略して AIDS と呼んでいる。この需要関数も推定するパラメータが多すぎるのである。

<u>他の考慮すべき消費関数</u>

上の LES が所得の一次関数であるのに対し、H.Howe,R.A.Pollak and T.J.Wales(1979) は、所得の 2 次性を考慮した Quadratic Expenditure System(QES)を主張している。しかし消費に所得の 2 次項がでるのは特殊な場合を除き奇異である。また制約条件(2.2)と最適化条件(2.4)を価格と予算で偏微分し、需要と λ について、価格と予算制約で偏微分した量の評価をだす。一方、最適需要量(2.6)を全微分し、いま述べたところで判明している需要の価格と予算制約での偏微分した結果を代入すると、微分型の最適需要関数が得られる。これは A.P.Barton(1964)や H.Theil(1980)がおこなったものである[4]。所謂ロッテルダム・モデルと言われるものも、その延長上にある。しかし本稿は、多国

---

[3] 指数関数の上に乗せたのは、支出関数が負になるのを回避するためである。

[4] 詳細は、例えば、E.A.Selvanathan and K.W.Clements(1995)や水野勝之(1998)を参照されたい。

間多部門システムの年次時系列への適用が念頭にあるため、最適消費関数の微分型表現への必要性を認めない。

2.4 追加事項

効用関数や支出関数は費目別消費の情報をもっている。関数での所得と価格以外に、考慮すべき事柄を述べたい。

a) コーホートとライフサイクル

コーホートは消費者の生まれ時を問題にし、ライフサイクルは消費者の年齢を問題にする。したがってコーホートとライフサイクルの消費への影響は明らかである。2 つの要因は家計の効用をシフトさせるだろうから、支出関数は内部に 2 つの要因を取り込まなくてはならないだろう。A.S.Deaton & C.Paxson(1994)は、上の 2 つの観点から消費の不平等性を検証している。

b) 習慣形成と動的消費

特定の財に対する持続的消費は消費における習慣形成と言われる。消費関数における習慣形成の表現は、消費のタイムラグとして表れる。(これについて例えば、L.A.Blanciforti and R.D.Green(1983)を参照)

c) 家族

家族の違いが経済行動に影響を与え、ひいては消費に影響を与えるのは明らかである。近年、日本でも一人家族が多くなってきている[5]。E.Engel は、家族を特徴付ける「equivalence scale」を作成したが、それを支出関数に導入する試みがある。(例えば、R.Ray(1986)を参照)

d) 広告・宣伝

広告や宣伝が消費者の需要を刺激するのは明らかだが、残念ながら経済学者はミクロ経済学の中に積極的に取り込んでこなかった。実際には、家計の効用の中に広告・宣伝が入り込み、最適消費にも影響するだろう。(例えば、E.A.Selvanathan and K.W.Clements(1995)を参照)

e) 人口

日本で屡々言われていることに、15 歳から 64 歳までの生産年齢人口が減少し、日本経済の近年の低迷に関与していることがある。だとすれば、人口構造が支出関数に影響している筈である。(これについて、例えば、R.Ray(1996)を参照)

f) レジャーの消費－労働供給－

C.L.Ballard, D.Fullerton, J.B.Shoven and J.Whalley(1985)は、家計効用関数の中に、レジャーの消費(時間消費)を導入し、残りを労働供給として、その内生化をおこなっている。

g) 食料消費への近年の傾向

[5] この場合、1 個の家計効用関数でなく、家計構成別に効用関数を設定する。

最近の健康志向は、ベジタリアンやコレステロール回避傾向の食品消費の中にみられる。D.J.Brown & L.Schrader(1990)は食品に含まれるコレステロール値を効用関数に持ち込んだミクロ分析をしている。

h）将来消費と貯蓄

貯蓄は将来に備えた消費であると考え、本稿でも積極的に取り上げている。貯蓄を取り上げることで金融との関連も把握できる。

3. 多国間多部門モデルの費目別消費

多国間多部門モデルにおいては、財の選択において相対価格の果たす役割は大きく、モデルとしてパラメータの数が少なく、かつ相対価格が考慮できるモデルを採用することが望ましい。その観点から LES(2.11b)を取り上げよう。最初に、多国間多部門システムの第 k 国の賃金総額を産業別の賃金率と雇用量から計算しよう。

$$wage^k = \sum_{j=1}^{N} w_j^k L_j^k \tag{3.1}$$

$wage^k$： 第 k 国の賃金総額（k 国通貨建て）

w_j^k： 第 k 国第 j 産業の賃金率（k 国通貨建て）

L_j^k： 第 k 国第 j 産業の雇用量

まず貯蓄について定義的なことを述べる。

$$\Delta saving^k = wage^k - \sum_{i=1}^{N}\left(\sum_{h=1}^{K} p_i^{hk} cph_i^{hk}\right) = wage^k - \sum_{i=1}^{N} CPH_i^k \tag{3.2}$$

$\Delta saving^k$ ：第 k 国の貯蓄増加（k 国通貨建て表示）

cph_i^{hk} ：第 k 国の第 i 産物の家計消費の内の h 国分（h 国通貨建て表示）

p_i^{hk}： cph_i^{hk} の価格　$p_i^{hk} = p_i^h\left(e^k/e^h\right)$　　p_i^h：h 国通貨建て輸出価格

e^h ：h 国為替レート/ドル　e^k ：k 国為替レート/ドル

CPH_i^k ：第 k 国の第 i 産物の名目消費総額（k 国通貨建て）

すなわち貯蓄増加は、今期消費に回らなかった賃金総額との差額となる。さてつぎに多国間他部門システムの財別消費を 2 段階で考えよう。

a)当期の賃金総額 $wage^k$ を当期の第 i 財への消費と貯蓄増加へと最適な振り分けをする決定

$$wage^k = \sum_{i=1}^{N} CPH_i^k + \Delta saving^k \qquad (3.3)$$

ここで貯蓄増加を将来消費増加と定義する。

$$\Delta saving^k = p_f^k cph_f^k \qquad (3.4)$$

cph_f^k：第 k 国の将来実質消費　 p_f^k： cph_f^k の価格（消費財物価）

そうすると以下の最適化問題を形成する。最適化問題は、N 個の財の中の第 i 財への総消費と将来消費への振り分けが問題となる。以上の財別の最適総消費には、2 節で述べた LES で解を導く[6]。したがって第 k 国の最適な第 i 財消費の配分は、LES(2.11a)より以下となる。

$$p_i^k CPH_i^k = \gamma_i^k p_i^k + \beta_i^k \left(wage^k - \sum_{j=1}^{N} \gamma_j^k p_j^k - \gamma_f^k p_f^k \right) \qquad (3.5)$$

γ_i^k ：第 k 国第 i 財の基準的消費水準（調整前）

p_i^k ： CPH_i^k に対応する合成財価格

$$p_j^k = \frac{\sum_{h=1}^{K} p_j^{hk} cph_j^{hk}}{CPH_j^k} = \sum_{h=1}^{K} \left(\frac{cph_j^{hk}}{CPH_j^k} \right) p_j^{hk}$$

将来消費の最適額は以下となる。

$$p_f^k cph_f^k = \gamma_f^k p_f^k + \beta_f^k \left(wage^k - \sum_{j=1}^{N} \gamma_j^k p_j^k - \gamma_f^k p_f^k \right) \qquad (3.6)$$

γ_f^k ：第 k 国の基準的貯蓄水準（調整前）

ただし、$\sum_{i=1}^{N} \beta_i^k + \beta_f^k = 1$ が期待されている。N 個の式(3.5)と式(3.6)の推定には、同じパラメータが別の方程式に現れることからシステム推定が要請される。ここで γ を最低水準、β を調整係数として効用の 4 つのタイプを区別しよう。表 1 はそれを示す。

[6] コブダグラス型での解の当てはめは単純に過ぎて無理がある。各国経済でシェアが安定しているとは思われない。

表１：4 つの効用タイプ

	正の水準　$\gamma > 0$	負の水準　$\gamma < 0$
正の調整係数　$\beta > 0$	ノルマルなケース	消費ゼロでもプラスの効用
負の調整係数　$\beta < 0$	特定水準以上の消費を抑制するケース	レアか有り得ないケース

b)つぎに第 i 番目の財 CPH_i^k の各国別消費 cph_i^{hk} の最適割り当てをする決定

前段階と同じように、この最適な振り分けに LES を用いる[7]。

$$p_i^{hk} cph_i^{hk} = \gamma_i^{hk} p_i^{hk} + \beta_i^{hk} \left(CPH_i^k - \sum_{h1=1}^{K} \gamma_i^{h1,k} p_i^{h1,k} \right) \qquad (3.7)$$

γ_i^{hk} ：第 k 国第 i 財の第 h 国産の基準的消費水準

式(3.5)、式(3.6)と式(3.7)のそれぞれの財別消費の価格効果については、Appendix に述べた。以上で述べたように、多国間多部門モデルにおいては、当初から、$(NK+1)$ への財に賃金総額を配分するより、貯蓄を含めた $(N+1)$ の財にまず配分し、その後で国別に振り分けるのが望ましいだろう。

4. 実証分析

本節では 3 節を受けて WIOD の多国間多部門モデルのデータを用いて実証する。具体的に(3.5)式、(3.6)式と(3.7)式をシステム推定する。本稿は試論的な展開であるので、日本、米国、中国のみに限定して分析をおこなう。部門分類は、集計化された農林水産、製造業、utility、建設、サービスの 5 部門に、将来消費としての貯蓄の 6 部門への消費を考える。

a)日本、米国、中国とも、システム推定の加重最小二乗推定でおこなっていて、表 2 は 3 ヶ国の γ の推定結果をまとめたものである。

表 2：日米中の製造業の γ の推定値

	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5	γ_6
日本	-832467.5	-49358848	8264918.	10930.33	2.31E+08	-6.84E+08
米国	-789842.2	-7089091.	-1204040.	-839.8488	-50499772	-3941210.
中国	6349609.	23102458	763961.2	689555.4	44583214	3710238.

係数 γ は消費の基準的水準と言われるようにプラスが望ましいが、残念ながら日米でそうなっていない。マイナスの数値はどのように解釈するか。基準的水準

---

[7] 別の候補として、従来型のモデリングで明示的相対価格等を採用して配分する可能性も残しておきたい。

$$p_i^{hk} cph_i^{hk} / CPH_i^k = c_{i0}^{hk} + c_{i1}^{hk} \left(p_{i,-1}^{hk} cph_{i,-1}^{hk} / CPH_{i,-1}^k \right) + c_{i2}^{hk} p_i^{h1,k}$$

がマイナスと言うのは考えにくいが、調整されてプラスになれば、モデルとして構わない。ただ貯蓄増減は米国ではマイナスの数値が実際にあるので、あり得ないことではない。(2.10)式の LES の効用関数で考えると、$\beta_j^k \log\left(CPH_j^k - \gamma_j^k\right)$ において、最初から効用が底上げされていたと解釈できる。仮に消費がゼロでも効用が発生しているのである。

つぎに表 3 はβの推定結果をまとめたものである。

表 3：日米中の製造業のβの推定値

	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	sum
日本	0.006327	0.134743	-0.001550	-1.13E-05	-0.041174	0.901666	1.000001
米国	0.012081	0.116940	0.019197	1.32E-05	0.800708	0.051062	1.000001
中国	0.071313	0.288859	0.009304	0.009120	0.576940	-3.758351	-2.802815

(3.5)式と(3.6)式で、名目値は基準的水準と調整項の和と考えられることから、係数βは基準的水準からの調整を司る調整係数であると考えられる。係数のマイナスは、賃金総額に掛かる係数であるからマクロの消費関数ではマイナスは受け入れられないが、財別消費のケースでは有り得ないことではない。この場合、マイナスは賃金総額が増大することで消費が減少する財を意味している。また効用関数からは$\beta_i^k \log\left(CPH_i^k - \gamma_i^k\right)$から考えると財の消費はマイナスの効用をもたらすことになる。この時、マイナスの係数で統計的優位性が低く、かつまた経済的意味付けが困難な場合には、推計上で変数を外して構わない。興味深いのは貯蓄で、日本のケースで、高いプラスは賃金総額が高まると貯蓄傾向が高まると理解できる。また一方、中国のケースでは、賃金総額が高まると貯蓄が低下することになり、消費が消費を促す結果として、貯蓄減少に繋がるということになり、日中の国民性の違いをみせているのかも知れない。

2 つの係数を組み合わせて効用のタイプに分類すると表 4 である。

表 4：4 つの効用タイプへの色分け

	正の水準　$\gamma > 0$	負の水準　$\gamma < 0$
正の調整係数　$\beta > 0$	中国 1,中国 2,中国 3,中国 4,中国 5	日本 1,日本 2,日本貯蓄,米国 1,米国 2,米国 3,米国 4,米国 5,米国貯蓄
負の調整係数　$\beta < 0$	日本 3,日本 4,日本 5,中国貯蓄	

日本と米国では制約を付さないのにも拘わらず和が正確に 1 にあるのに、中国で合計が 1 にならない理由は、多分データの信頼性の問題があるのかも知れない。2 つの係数の双方で、マイナスは有り得ない。結果を一瞥すると米国と中国は割合一貫した傾向を示し、日本はバラついている。

b)つぎに日本についてのみ、製造業製品への消費の国別配分の推定結果を示す。全部で 40 ヶ国が対象になるが、多くは消費が僅かであるので、比較的大きな数値を占めるだろう 10 ヶ国をとりあげた。日本、カナダ、米国、中国、台湾、韓国、英国、ドイツ、フランス、イタリアとなっている。この時、上の式(3.7)を以下のように変形して、財別消費を説明する回帰を適用している。

$$p_2^{h,JPN} cph_2^{h,JPN} = \gamma_2^{h,JPN} p_2^{h,JPN} + \beta_2^{h,JPN} \left(\left(CPH_2^{JPN} - CPH_2^{JPN(30)} \right) - \sum_{h1=1}^{10} \gamma_2^{h1,JPN} p_2^{h1,JPN} \right) \quad (4.1)$$

$CPH_2^{JPN(30)}$ ：上記 10 ヶ国を除く 30 ヶ国の日本製造業製品消費の和

推定はシステム推定で加重最小二乗法を使っている。調整係数の和は、制約は付していないがちょうど 1 になっている。調整係数について、当然のことながら、日本が圧倒的な割合を占め、続いて韓国や台湾と続く。興味深いのは中国のマイナスでトータルな消費の増大は中国製品の忌避に繋がっている。ドイツとフランスでマイナスはやや理解し難く、国から除いた方が良いかもしれない。

表 5：日本の製造業の効用の 10 ヶ国のパラメータ

	γ	β
jpn	53165877	1.189372
can	2191.156	0.004738
usa	16602.75	0.087448
chn	56649.60	-0.340684
twn	106966.2	0.012349
kor	5738503.	0.021574
gbr	1700.417	0.011066
deu	3234.433	-0.001773
fra	3449.641	-0.007905
ita	4685.396	0.023815
sum		1.0

10 本の方程式を使って内挿テストをおこなっているが、概ね良好なパフォーマンスを示している。

5. 結語

財別消費の理論をできる限りサーベイし、その中で多国間多部門システムに適用が可能な理論を吟味し、簡便なモデルとして LES を取り上げた。その際、2 段階で取り上げ、ダブル LES の概念を提示した。それを WIOD のデータに適用し、満足のゆく結果を得たので、今後、こうした財別消費の説明に使用してゆきたいと考えている。

また今回検証しなかったが、国内多部門モデルで多数の部門を抱える場合にも、部門を 5 大費目とか 10 大費目など適当に束ねて集計化し、集計化された部門へ

の消費を LES を通して先に決定し、後で集計化された部門内部の個々の部門に再度 LES で最適配分するのが得策かと思われる。

参考文献

01)Ballard,C.L.,D.Fullerton,J.B.Shoven and J.Whalley,1985,A General Equilibrium Model for Tax Policy and Evaluation, Chicago:University of Chicago Press.

02)Barton,A.P.,1964,"Consumer Demand Functions Under the Conditions of Almost Additive Preferences," Econometrica,Vol.32,pp.1-38.

03)Blanciforti,L.A. and R.D.Green,1983,"An Almost Ideal Demand System Incorporating Habits: An Analysis of Expenditure on Goods and Aggregate Commodity Groups," Review of Economics and Statistics,Vol.65,511-515.

04)Brown,D.J. and L.Schrader,1990,"Cholesterol Information and Shell Egg Consumption,"AJAE,Vol.72,548-555.

05)Christensen,L.R.,D.W.Jorgenson and L.J.Lau,1973,"Transcendental Logarithmic Production Function Frontiers,"Review of Economics and Statistics,Vol.55,pp28-45.

06)Deaton,A.S. and J.Muellbauer,1980,"An Almost Ideal Demand System," American Economic Review,Vol.70,312-326.

07)Deaton,A.S. and C.Paxson,1994,"Intertemporal Choice and Inequality," Journal of Political Economy,Vol.102,437-467.

08)H.Howe,R.A.Pollak and T.J.Wales,1979,"Theory and Time Series Estimation of the Quadratic Expenditure System," Econometrica,Vol.47,No.5,pp.1231-1247.

09)Kosaka,H.,2011,Multi-Country and Multi-Sector Modeling for the World Economy,G-SEC Discussion Paper No.29,Keio University.

10)Ray,R.,1986,"Demographic Variables and Equivalence Scales in a Flexible Demand System:The Case of AIDS," Applied Economics,Vol.18,265-278.

11)Ray,R.,1996,"Demographic Variables in Demand Systems: The Case for Generality," Empirical Economics,Vol.21,307-315.

12)Selvanathan, E.A. and K.W.Clements,1995,Recent Developments in Applied Demand Analysis, Springer.

13)Shibata,T and H.Kosaka,2011,Modeling for the Nine Interregional System of the Japanese Economy,SFC-RM2011-003.

14)H.Theil,1980,The System-Wide Approach to Microeconomics.Chicago:The University Press of Chicago Press.

15)Yano,T. and H.Kosaka,2008,"National Currency-Based International

Input-Output Analysis: Data Construction and Model Structure," G-SEC Working Paper No.24,Keio University.
16)橋本紀子,2004,変わりゆく社会と家計の行動,関西大学出版部.
17)水野勝之,1998,経済指数の理論と適用－消費分析への経済指数の適用－,創成社.

Appendix：財別消費の価格効果
2 つの LES における価格効果をみよう。
a)賃金総額 $wage^k$ の $(N+1)$ 財への配分
式(3.5)より

$$CPH_i^k = \gamma_i^k + \beta_i^k \left(\frac{wage^k}{p_i^k} - \sum_{j=1}^{N} \gamma_j^k \frac{p_j^k}{p_i^k} - \gamma_f^k \frac{p_f^k}{p_i^k} \right) \qquad \text{(A.1)}$$

と変形できる。したがって

$$\frac{\partial CPH_i^k}{\partial p_i^k} = -\frac{\beta_i^k}{\left(p_i^k\right)^2} \left(wage^k - \sum_{j \neq 1}^{N} \gamma_j^k p_j^k - \gamma_f^k p_f^k \right) \qquad \text{(A.2)}$$

であり、

$$\frac{\partial CPH_i^k}{\partial p_j^k} = -\frac{\beta_i^k \gamma_j^k}{p_i^k} \qquad j \neq i \qquad \text{(A.3)}$$

となる。また式(3.6)より

$$cph_f^k = \gamma_f^k + \beta_f^k \left(\frac{wage^k}{p_f^k} - \sum_{j=1}^{N} \gamma_j^k \frac{p_j^k}{p_f^k} - \gamma_f^k \right) \qquad \text{(A.4)}$$

と変形できるので、前と同様、

$$\frac{\partial cph_f^k}{\partial p_f^k} = -\frac{\beta_f^k}{\left(p_f^k\right)^2} \left(wage^k - \sum_{j=1}^{N} \gamma_j^k p_j^k \right) \qquad \text{(A.5)}$$

$$\frac{\partial cph_f^k}{\partial p_j^k} = -\frac{\beta_f^k \gamma_j^k}{p_f^k} \qquad \text{(A.6)}$$

財別消費にあっては、当該財の価格上昇が財別消費の減少に必ずしもならず、また他財の価格上昇が当該国の財別消費の上昇とは必ずしもならないことが分かる。

b)第 i 財 CPH_i^k の国別配分 cph_i^{hk}

式(3.7)より

$$cph_i^{hk} = \gamma_i^{hk} + \beta_i^{hk}\left(\frac{CPH_i^k}{p_i^{hk}} - \sum_{h1=1}^{K}\gamma_i^{h1,k}\frac{p_i^{h1,k}}{p_i^{hk}}\right) \qquad (A.7)$$

と変形できる。したがって当該国と非当該国の価格効果は以下となる。

$$\frac{\partial cph_i^{hk}}{\partial p_i^{hk}} = -\frac{\beta_i^{hk}}{\left(p_i^{hk}\right)^2}\left(CPH_i^k - \sum_{h1\neq 1}^{K}\gamma_i^{h1,k}p_i^{h1,k}\right) \qquad (A.8)$$

$$\frac{\partial cph_i^{hk}}{\partial p_i^{h1,k}} = -\frac{\beta_i^{hk}\gamma_i^{h1,k}}{p_i^{hk}} \quad h1 \neq h \qquad (A.9)$$

財別消費にあっては、当該国の価格上昇が財別消費の減少に必ずしもならず、また非当該国の価格上昇が当該国の財別消費の上昇とは必ずしもならないので、通常の価格効果と異なる結果となる。